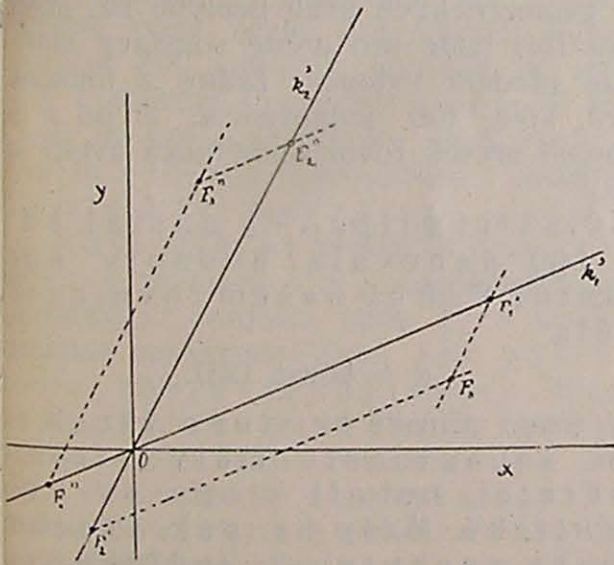


dž pak v našem případě padne bod  $F_v$  tě dovnitř kužele (ne vždy!), vzniknou náhodně místo fáze  $F_v$  dvě fáze soubytuující  $F_1'$  a  $F_2'$ . Tyto dvě fáze budou ležeti opět na přímkách  $k_1'$  a  $k_2'$  dříve určených. Po přilížení nasycené fáze z určité roviny soubytnosti soubytuující soustavě v téže rovině vzniknou opět (vzniknou-li vůbec) soubytuující ze v téže rovině. Jakostná změna soubytuujících fází se nezpůsobí. Působí se jen změna kvantitativní, t. j. množství soubytuujících fází se změní. Principiálně musí vždy jedné fáze ubýti a množství druhé fáze vzroste. Tento postatek platí všeobecně pro přidávek každé nenasyčené fáze k soubytuující soustavě v téže rovině. Přidávkem nenasyčené fáze z určité roviny soubytnosti soubytuující soustavě v téže rovině nemůže se přejíti do nové roviny soubytnosti.



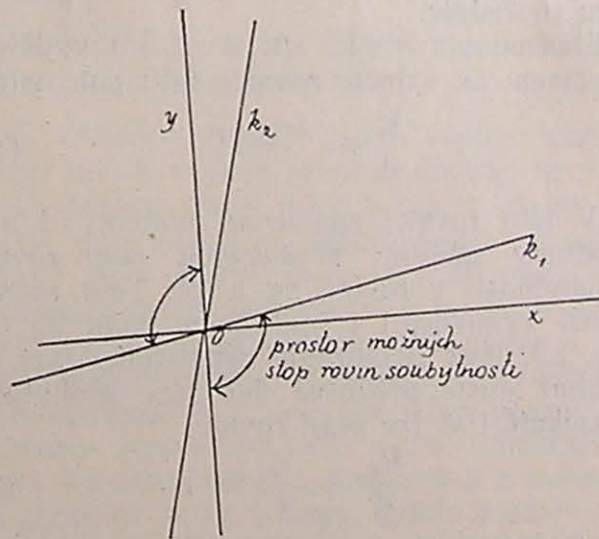
Diagr. 13.

Akce záležející v přidávku nenasyčené fáze z určité roviny soubytnosti k soubytuující soustavě v téže rovině soubytnosti jest bez kvalitativní reakce.<sup>26)</sup>

Abychom zjistili, u které z obou soubytuujících fází po přidávku nenasyčené fáze z téže roviny soubytnosti množství bude stoupati u které klesati, sledujme další vývody na diagr. čís. 13. V tomto diagramu obě přímký  $k_1'$  a  $k_2'$  budou znamenati v prvému průmětu dvě přímký soubytnosti, patřící určité rovině soubytnosti. Fázi, již budeme k soubytuující soustavě přidávati, znázorňuje bod  $F_3$ . Tato fáze nenasyčená a náleží téže rovině soubytnosti. Tuto fázi lze rozložití vektorově

ve dvě fáze na přímkách  $k_1'$  a  $k_2'$ . Příslušné fáze, jež tímto rozkladem vzniknou, budtež  $F_1'$  a  $F_2'$  (konstrukce kosodélníková). Úsečky  $F_1'O$  a  $F_2'O$  odpovídají pak onomu množství soubytuujících fází, jež se bude v soustavě soubytuující dříve dané přičítati neb odčítati. Lze tedy celkový výsledek přidávku fáze  $F_3$  k soubytuující soustavě velmi rychle stanoviti součtem neb odečtením na příslušných přímkách soubytnosti.

Bude-li poměr  $y/x$  ve fázi  $F_3$  větší než týž poměr v obou přímkách soubytnosti, bude vektorovým rozkladem této fáze resultovati vždy negativní množství fáze, která kvalitou přísluší na přímku  $k_1'$  a kladné množství oné fáze, jež jakostí odpovídá složce  $k_2'$ . Přidáním nenasyčené fáze, jejíž poměr  $y/x$  jest větší nežli v obou přímkách soubytnosti, k soustavě reálně soubytuujících fází v téže rovině soubytnosti, po ustavení rovnováhy klesne vždy množství soubytuující fáze jakostně určené menším poměrem  $y/x$  a stoupne vždy množství fáze charakterizované jakostně větším poměrem  $y/x$ . Přidáme-li k téže soubytuující soustavě nenasyčenou fázi z téže roviny o poměru  $y/x$  menším, nežli jest v obou soubytuujících fázích, nastává zjev opačný.



Diagr. 14.

#### XIV. Třetí podmínka pro určení rovin soubytnosti.

Bylo již dříve odvozeno, že roviny soubytnosti protínají rovinu  $xy$  v určité přímce. Tato stopa každé roviny soubytnosti musí procházeti vrcholem kužele fázového, t. j. počátkem souřadnic. Jest jasno, že mohou nastati dva případy:

1. Buďto bude každé rovině soubytnosti náležeti jiná stopa v rovině  $xy$ .

2. Nebo budou míti všechny roviny soubytnosti v rovině  $xy$  stopu jedinou.

Sledujme nejprve případ prvý: každé rovině soubytnosti náleží stopa v rovině  $xy$  jiná.

Bylo dříve uvedeno, že roviny soubytnosti se uvnitř kužele nesmějí protnouti. Tím jest dáno omezení pro možné stopy rovin soubytnosti v rovině  $xy$ . Stopy nesmějí procházeti prostorem, jenž v rovině  $xy$  náleží nitru kužele. Toto omezení jest nejlépe znáti na diagr. čís. 14. Přímký  $k_1$  a  $k_2$  v tomto diagramu znázorňují nasycený stav v soustavě, když množství složky  $Z$  se rovná nule. Prostor mezi těmito přímkami náleží nitru kužele, a nesmí se tedy v tomto prostoru vyskytnouti stopa rovin soubytnosti. Nemůže tedy stopa rovin soubytnosti zaujmouti obecně jakoukoliv polohu. Hodnota směrnice stopy roviny soubytnosti nemůže tedy nabýti úplně libovolných hodnot. Její hodnota se může měniti pouze v určitých mezích, pro každou soustavu daných. Rovina soubytnosti jest obecně vyjádřena rovnicí

$$ax + by + cz = 0, \quad (18)$$

neboť jest to rovina, která prochází počátkem souřadnic.

Kladme  $y/x = R$ ,  $z/x = r$ . Po vydělení součinem  $ax$  nabude rovnice (18) pak tvaru:

$$\frac{R}{d} + \frac{r}{e} = 1 \quad (19)$$

V této rovnici znamenají hodnoty  $d$  a  $e$  hodnoty směrnice příslušných stop roviny soubytnosti v rovině  $xy$  a  $xz$ . Této rovnici musí vyhovovati i souřadnice bodu  $F_0$  ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ), jenž znázorňuje neexistující fázi, na jejímž místě příslušné dvě fáze soubytující vznikají. Pak lze psáti rovnici

$$\frac{R_0}{d} + \frac{r_0}{e} = 1 \quad (20)$$

Z této rovnice vyplývá: aby rovina soubytnosti pro každý libovolný bod z nitru kužele byla určena, je třeba předem znáti buďto hodnotu  $d$  a pak jest hodnota  $e$  z rovnice (20) vypočitatelná, nebo je třeba znáti hodnotu  $e$  a pak jest zase hodnota  $d$  vypočitatelná. Poněvadž pak ani hodnota  $d$  ani hodnota  $e$  není předem známa, musíme předpokládati, poněvadž při experimentálním pokusu se vždy příslušná rovina soubytnosti přesně ustaví, že existuje určitá funk-

ční závislost mezi hodnotami  $d$  a  $e$  pro určitou soustavu.

To znamená, že musí existovati určitý funkční vztah mezi směrnici stop roviny soubytnosti v rovině  $xy$  a  $xz$  (nebo  $yz$ ).

Pak lze psáti rovnici

$$d = f(e)$$

a rovnici (20) ve tvaru

$$\frac{R_0}{f(e)} + \frac{r_0}{e} = 1; \quad (22)$$

$f(e)$  musí vystihovati všechny soubytující stavy v dané soustavě a může nabývati v různých soustavách různého tvaru.

Budeme-li pro určitou soustavu znáti tuto funkci  $e$ , vypočítáme z rovnice (22) hodnotu  $d$ . Pak již snadno zkonstruujeme příslušnou rovinu soubytnosti, která daný fázový kužel protne ve dvou přímkách soubytnosti. Na těchto přímkách pak kosodélníkovou konstrukcí snadno určíme obě fáze soubytující.

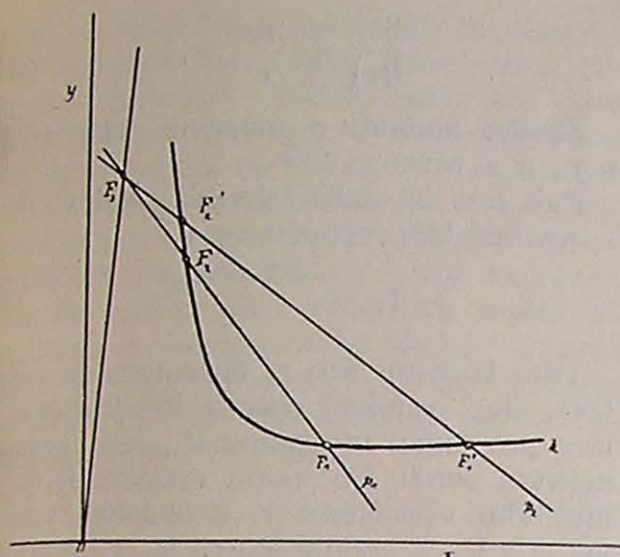
Z geometrických úvah neplyne již, jakého tvaru  $f(e)$  bude pro určité soustavy složek. Nelze předem vyloučiti žádný z funkčních tvarů, které  $f(e)$  jednoznačně určují a jež nedovolí průsek rovin soubytnosti uvnitř kužele.

Zvláštní případ by nastal, kdyby  $f(e)$  nabývala hodnoty konstantní. Pak by ovšem rovnice (22) zněla

$$d = \text{konst.} \quad (23).$$

V tomto případě by stopy všech rovin soubytnosti měly stejné směrnici, neboli stopy by byly identické. Měly by pak všechny roviny soubytnosti jedinou stopu v rovině  $xy$ , všechny roviny by se protínaly v jedné společné přímkě. Byl by to zřejmě případ druhý podle rozdělení na počátku úvahy. Tím zároveň dán vzájemný vztah obou případů.

Rozlišnost obou případů vysvítá z těchto úvah: Předpokládejme, že v určité soustavě složek panuje soubytný pořádek ve smyslu případu prvního. Diag. čís. 15 znázorňuje nám řez takovou soustavou v rovině rovnoběžné s rovinou  $xy$ . Nasycené stavy jsou znázorněny křivkou (kuželosečkou). Předpokládejme, že známe dvě roviny soubytnosti v této soustavě. Takové dvě roviny soubytnosti protnou rovinu, rovnoběžnou s rovinou  $xy$ , dříve jmenovanou, ve dvou přímkách



Diagr. 15.

a  $p_2$ , které jsou stejně označeny v diagr., jež je ortogonálním průmětem situace v rovinu  $xy$ . Tyto přímky se spolu mimo kužel protínají, poněvadž i roviny soubytnosti se protínají. Spojnice bodu  $F_3$ , jež jest průsečíkem obou přímek, s počátkem jest průsečnou přímkou obou rovin soubytnosti. Kdyby v soustavě byl soubytný pořádek ve smyslu úvah v druhém směru, při konstantní funkci  $e$ , pak by průsečné přímky všech rovin soubytnosti s rovinou rovnoběžnou s rovinou  $xy$  musily býti navzájem rovnoběžné. Roviny by se protínaly pouze v rovině  $xy$ , v rovinách s ní rovnoběžných by se neprotínaly. Spojnice bodu  $F_3$  s počátkem označuje nenasycené fáze, jež patří do dvou rovin soubytnosti. Nesmí tedy přídavek takovéto fáze způsobiti kvalitní reakci ve dvou soustavách, soubytujících ve dvou rovinách soubytnosti. Snadno nahlédneme, že v soustavách, v nichž všechny soubytné roviny se nebudou protínati v jedné přímce, bude existovati nekonečné množství ternárních nenasycených fází, jichž přídavek vždy v určitých dvou soustavách, soubytujících ve dvou různých rovinách soubytnosti, nezpůsobí kvalitní reakce. V takovýchto soustavách nebude však ani jediná fáze ať ternární nebo binární, již by bylo možno přidávati bez kvalitní reakce ke všem možným soubytujícím soustavám v daném systému tří složek. Na druhé straně, v takové sou-

stavě tříkapalných složek, v níž všechny roviny soubytnosti se protnou v jedné přímce, která musí ležeti v rovině  $xy$  (rovina tato je také rovinou soubytnosti), nemohou se jakékoliv dvě roviny protnouti v prostoru mimo rovinu  $xy$ . Nebude tedy v takovéto soustavě existovati ani jediná fáze ternární, jejíž přídavek by v nějaké dvojici soustav, soubytujících ve dvou rovinách soubytnosti, nezpůsobil kvalitní reakci.

Bude však existovati určitá a jediná fáze binární, jejíž přídavek nezpůsobí kvalitní změnu ve všech v dané soustavě možných soubytujících útvarech. Na věci nic nemění, bude-li tato binární fáze udána záporným poměrem složek. Výraz „přídavek fáze“ jest myšlen algebraicky, a jestliže poměr složek jest dán hodnotou zápornou, a máme-li takovou fázi přidávati, znamená to, že jednu čistou složku budeme skutečně přidávati a druhou ubíráti, ovšem v určitém poměru, který jest v binární fázi dán, a je-li experimentálně takovéto ubírání možné.

V této závislosti vidíme opět odlišnost obou soubytných pořádků.

V druhém případě budou roviny soubytnosti tvořiti svazek rovin protínající se v jediné přímce, která musí ležeti v rovině  $xy$ , ježto tato rovina je taktéž rovinou soubytnosti. Tuto přímku budeme zváti *osou soubytnosti*. *Osou soubytnosti a fázovým kuželem jest v takové soustavě dán zákon o složení soubytujících fází*. V takovémto případě jest soubytnost v soustavě dána pouze jedinou konstantou, a to směrnici osy soubytnosti. Známe-li ji a máme-li k určitému bodu z nitra kužele naléztí obě fáze soubytující, jest tímto bodem a osou soubytnosti dána rovina soubytnosti. Tato rovina protne daný fázový kužel ve dvou přímkách soubytnosti, na těchto přímkách pak obě soubytující fáze nalezneme kosodélníkovým řešením, obvyklým již způsobem.

#### XV. Řešení početní.

Naléztí k dané neexistující fázi  $F_0$  o složení  $x_0, y_0, z_0$ , příslušné dvě fáze soubytující ( $F_1$  o složení  $x_1, y_1, z_1$  a  $F_2$  o složení  $x_2, y_2,$

$z_2$ ), znamená vypočítati z daných hodnot  $x_0, y_0, z_0$  hodnoty  $x_1, y_1, z_1$  a  $x_2, y_2, z_2$ .

Prvou podmínkou jest, že obě fáze leží na daném fázovém kuželi o rovnici

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + xy + Dxz + Eyz = 0,$$

v níž konstanty pro danou soustavu jsou nám známy.

Tuto rovnici, ježto jest homogenní, můžeme psáti (kladouce  $y/x = R, z/x = r$ ) ve formě

$$A + BR^2 + Cr^2 + R + Dr + ERr = 0. \quad (23)$$

Body  $F_1$  a  $F_2$  leží na kuželi a musí tedy svým složením odpovídati rovnici kužele. Kladouce  $y_1/x_1 = R_1, z_1/x_1 = r_1, y_2/x_2 = R_2, z_2/x_2 = r_2$ , můžeme psáti první rovnice pro neznámé

$$A + BR_1^2 + Cr_1^2 + R_1 + Dr_1 + ER_1r_1 = 0 \quad \text{a} \quad (24)$$

$$A + BR_2^2 + Cr_2^2 + R_2 + Dr_2 + ER_2r_2 = 0. \quad (24a)$$

Víme dále, že body  $F_0, F_1, F_2$  leží v jedné rovině, procházející vrcholem kužele, tedy počátkem souřadnic.

Její obecná rovnice zní

$$ax + by + cz = 0. \quad (18)$$

Tuto rovnici lze po zavedení hodnot  $R$  a  $r$  psáti, jak bylo již dříve odvozeno ve formě

$$\frac{R}{d} + \frac{r}{e} = 1 \quad (19)$$

Poněvadž pak body  $F_0, F_1, F_2$  leží v této rovině, možno psáti další rovnice:

$$\frac{R_1}{d} + \frac{r_1}{e} = 1, \quad (25)$$

$$\frac{R_2}{d} + \frac{r_2}{e} = 1, \quad (26)$$

$$\frac{R_0}{d} + \frac{r_0}{e} = 1. \quad (27)$$

Hodnoty  $R_0$  a  $r_0$  jsou z daných hodnot  $x_0, y_0, z_0$  jednoduše vypočítatelné a jsou hodnotami předem známými.

Máme tedy celkem 5 rovnic pro výpočet šesti neznámých  $R_1, r_1, R_2, r_2, d, e$ . Hodnoty  $e$  a  $d$  jsou neznámy. K úplnému výpočtu chybí ještě jedna rovnice.

Tuto šestou rovnici, k výpočtu nutno, poskytneme nám vztah, v předchozí kapitole odvozený:

$$d = f(e) \quad (28)$$

Znajíce funkční vztah mezi hodnotami  $d$  a  $e$ , můžeme hodnotu  $e$  vypočítati z rovnice (27):

$$\frac{R_1}{f(e)} + \frac{r_0}{e} = 1$$

Znajíce hodnotu  $e$ , můžeme vypočítati hodnotu  $d$  z rovnice (28).

Pak jest již další výpočet snadný. Na  $d$  z rovnice (25) vypočteme  $r_1$ :

$$r_1 = \frac{ed - R_1e}{d} \quad (30)$$

Tuto hodnotu pro  $r_1$  dosadíme do rovnice (24), čímž vznikne obecná kvadratická rovnice pro jednu neznámou  $R_1$ , jejíž řešení neskýtá obtíží. Po tomto výpočtu  $R_1$  z rovnice (30) vypočteme  $r_1$  a obdobně vypočteme  $r_2$  a  $R_2$ . Z hodnot  $R_1, r_1, R_2, r_2$  vypočteme hodnoty  $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$  snadno, neboť víme, že

$$y_1/x_1 = R_1 \quad (31) \quad y_2/x_2 = R_2 \quad (32)$$

$$z_1/x_1 = r_1 \quad (33) \quad z_2/x_2 = r_2 \quad (34)$$

$$\text{a pak že} \quad x_1 + x_2 = x_0 \quad (35)$$

$$y_1 + y_2 = y_0 \quad (36) \quad z_1 + z_2 = z_0 \quad (37)$$

Při známé funkci kuželové a při známé funkci  $e$  lze v dané soustavě tří složek, v nichž jedna dvojice jest omezeně a dvě jsou neomezeně misitelné, složení soubytujících fází vypočítati.

Jednodušší bude početní postup v soustavách, v nichž všechny roviny soubytnosti budou procházeti jedinou přímkou — osou soubytnosti a kdy směrnice všech stop rovin soubytnosti v rovině  $xy$  bude stejná konstantní. Znajíce hodnotu této konstanty a zároveň hodnoty konstant ve funkci kuželové, budeme míti v pěti rovnicích, (24), (24a), (25), (26), (27), dříve uvedených, pět z pěti neznámých ( $R_1, r_1, R_2, r_2, e$ ), které budou danými rovnicemi dokonale určeny.

Z rovnice (27) vypočteme hodnotu  $e$

$$e = \frac{r_0 d}{d - R_0} \quad (38)$$

Znajíce pak hodnotu  $e$  navážeme na předchozí početní způsob, vypočítávající z rovnice (30) atd.

Při známé funkci kuželové a při známé konstantě  $d$  lze vypočítati v soustavách dříve popsaných složení fází soubytujících.

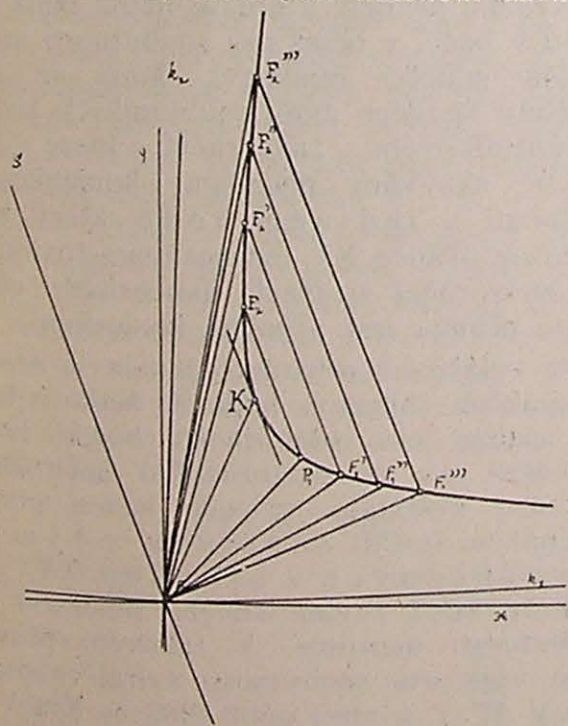
Při odvozování těchto početních postupů byly úmyslně sledovány oba dva možné způsoby soubytnosti v daných ternárních soustavách. Geometrické ani početní úvahy dávají možnosti předem rozhodnouti,

budou ve skutečnosti existovati soustavy, v nichž soubytnost jest dána způsobem prvním, nebo jen způsobem druhým, anebo zda budou možny některé soustavy, v nichž soubytnost bude dána jedním způsobem a v jiných zase druhým způsobem. Rozhodnutí o tom bude možné teprve po diskusi skutečných experimentálních výsledků, které však nasvědčují tomu, že soubytnost v ternárních soustavách kapalných o jednom páru složek omezeně misitelných jest dána jen způsobem jediným, a to druhým (všechny soubytné roviny mají jednu společnou přímku).

#### XVI. Srovnání experimentálních výsledků s teoretickými vývody.

V předchozích kapitolách byly odvozeny dva způsoby, jimiž se může řídit soubytnost v daných ternárních soustavách. V konečné poznámce předešlé kapitoly bylo uvedeno, že teprve srovnání s experimentálními výsledky rozhodne, který z obou případů vskutku nastává.

Prvý ze zmíněných způsobů soubytnosti záleží v tom, že roviny soubytnosti se v jedné přímce neprotínají, a druhý způsob, mnohem úžeji vymezený, vyžaduje, aby se roviny soubytnosti v dané soustavě právě v jedné přímce protály. Jest jasno, že definice druhého způsobu jest mnohem užší.



Diagr. 16.

Bude tedy nejjednodušší srovnávací cesta záležeti ve zjištění, zda v udané soustavě tento způsob soubytnosti nastává či nena-

stává. Je třeba tedy hledati charakteristické znaky, jimiž se tento druhý způsob soubytnosti bude projevovati.

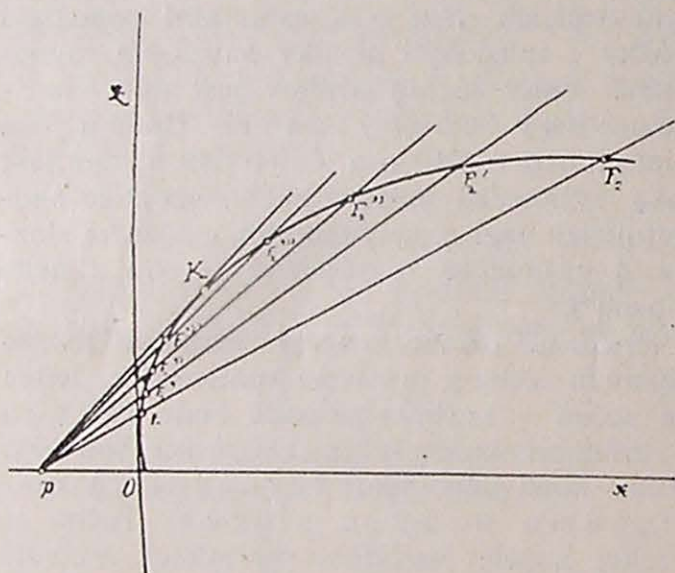
Protínají-li se všechny roviny soubytnosti v jediné přímce, tvoří vlastně svazek rovin. Tento svazek rovin bude se na různých řezech různě projevovati.

Bylo dříve odvozeno, že vzájemná průsečnice všech rovin soubytnosti musí ležeti v rovině  $xy$ , neboť i tato rovina jest jednou z rovin soubytnosti (rovinou  $xy$  jest důsledně nazývána rovina, znázorňující poměry v binární směsi páru omezeně misitelného). Různeli takovýto svazek rovin rovina, která jest s rovinou  $xy$  rovnoběžná, vznikne nutně soustava průsečných přímek (viz diagram čís. 16), které musí býti spolu rovnoběžné, jsouce zároveň rovnoběžné s osou soubytnosti. Spojnice všech dvojic navzájem soubytujících fází o konstantním množství složky  $Z$  musí býti přímky navzájem rovnoběžné. Směr těchto přímek jest dán směrem osy soubytnosti. Bude-li osu soubytnosti tvořiti osa  $x$  neb osa  $y$ , což jest také výjimečně možné, budou spojnice soubytujících fází o konstantním množství složky  $Z$  výjimečně rovnoběžné s osou  $x$  nebo s osou  $y$ .

Průsečné přímky vytvoří soustavu rovnoběžných sečen k průsečné kuželosečce. Jedna ze sečen v krajním případě bude tečnou k průsečné kuželosečce. Dotykový bod této tečny musí odpovídati ternárnímu kritickému poměru složek. Tečna a vrchol kužele (počátek souřadnic) vytvoří kritickou ternární tečnou rovinu soubytnosti. Dotykovou přímku této roviny bude tvořiti ternární kritická přímka (viz diagr. 16).

Jiné poměry nastanou, protneme-li fázový kužel a příslušný svazek rovin soubytnosti rovinou rovnoběžnou s rovinou  $xz$ . V této rovině budou ležeti všechny navzájem soubytující dvojice fází, z nichž každá fáze má určité konstantní množství složky  $Y$ . Stopy všech rovin soubytnosti v této rovině vytvoří svazek přímek, sbíhající se v jediném bodě, který jest průsečíkem dané roviny, s rovinou  $xz$  rovnoběžné, s osou soubytnosti. Průsečík tento bude ve výjimečném případě v počátku souřadnic, bude-li osa  $y$  tvořiti osu soubytnosti. V jiném výjimečném případě vytvoří průsečné přímky soustavu přímek rovnoběžných s osou  $x$ , bude-li tato

osa tvořiti rovinu soubytnosti. Všechny spojnice dvou skutečně soubytujících fází, z nichž každá má konstantní množství složky Y, musí procházeti jedním bodem na ose soubytnosti, ve výjimečném případě budou rovnoběžny. Všechny spojnice vytvoří soustavu sečen průsečné kuželosečky, které se v jediném bodě sbíhají. Jedna ze sečen bude v krajním případě tečnou k průsečné kuželosečce. Dotykový bod této tečny na kuželosečce průsečné musí opět odpovídati ternárnímu kritickému poměru složek. Tečna a vrchol kužele (počátek souřadnic) vytvoří ternární kritickou rovinu soubytnosti, jejíž dotyková přímkou na kuželi jest dříve popsanou ternární kritickou přímkou (viz diagr. čís. 17).



Diagr. 17.

Obdobně se budou vytvářeti poměry na řezu fázového kužele a příslušného svazku rovin soubytnosti rovinou, rovnoběžnou s rovinou yz. V této rovině budou opět ležeti všechny vzájemně soubytujících dvojice fází, z nichž každá obsahuje určité konstantní množství složky X. Stopy všech rovin soubytnosti v této rovině vytvoří svazek přímek, sbíhající se v jednom bodě, který jest průsečíkem dané roviny s osou soubytnosti. Tento průsečík bude ve výjimečném případě v počátku souřadnic, bude-li osou soubytnosti osa x. V jiném výjimečném případě vytvoří průsečné přímky soustavu rovnoběžných přímek s osou y, bude-li tato osa tvořiti osu soubytnosti. Všechny spojnice dvou skutečně soubytujících fází, z nichž každá ob-

sahuje konstantní množství složky X, musí procházeti jedním bodem na ose soubytnosti. Ve výjimečném případě budou rovnoběžné. Všechny spojnice vytvoří soustavu sečen průsečné kuželosečky, jež se protne v jediném bodě. Jedna ze sečen bude v krajním případě tečnou k průsečné kuželosečce. Dotykový bod této tečny na kuželosečce průsečné musí opět odpovídati ternárnímu kritickému poměru složek. Tato tečna s vrcholem kužele vytvoří opět dříve popsanou ternární kritickou rovinu soubytnosti, jejíž dotykovou přímkou na fázovém kuželi bude opět tvořiti dříve popsanou ternární kritickou přímkou.

Zajímavý jest ještě způsob, kterým se bude jeviti svazek rovin soubytnosti, procházející jedinou přímkou, na diagramu trojúhelníkovém. Trojúhelníkový diagram vzniká, jak bylo dříve odvozeno, průsekem rovin xy, xz, yz rovinou stálého množství složek. Průsečné přímky této roviny s rovinami uvedenými vytvoří právě zobrazovací trojúhelník. Fázový kužel jest rovinou stálého množství prořat ve křivce binodální, o níž, jak bylo odvozeno, můžeme předpokládati, že jest kuželosečkou. Svazek rovin soubytnosti protne rovinu stálého množství ve svazku přímek, které se nutně musí protínati v bodě, v němž osa soubytnosti protne rovinu stálého množství. Musí se tedy všechny spojnice dvou soubytujících fází ve trojúhelníkovém znázornění, které jsou obecně nazývány přímkami konjunkčními, protnouti v jediném bodě, který musí ležeti na přímce XY (znázorňující rovinu xy ve znázornění o třech dimensích), neboť i tato přímkou jest přímkou konjunkční.

Ve zvláštních případech budou se přímky konjunkční sbíhati v bodě X nebo v bodě Y, jestliže osu soubytnosti budou tvořiti příslušné osy ve znázornění o třech osách. V jiném zvláštním případě budou přímky konjunkční tvořiti soustavu přímek rovnoběžných s přímkou XY, a to tenkrát, když rovina stálého množství osy soubytnosti neprotne. V takovém případě musí však osa soubytnosti svíratí s osami x a y  $45^\circ$ , t. j. musí půliti úhel os X a Y ve druhém a čtvrtém kvadrantu. Obecně vytvoří konjunkční přímky z jednoho bodu vycházející soustavu sečen průsečné kuželosečky (binodální křivky). Jedna sečna se v krajním případě přemění

v tečnu ke křivce binodální. Její dotkový bod jest právě t. zv. ternární kritický bod. Tečna sama v trojúhelníkovém zobrazení představuje ternární kritickou rovinu soubytnosti a kritický ternární bod představuje zároveň kritickou ternární přímku v trojúhelníkovém zobrazování.

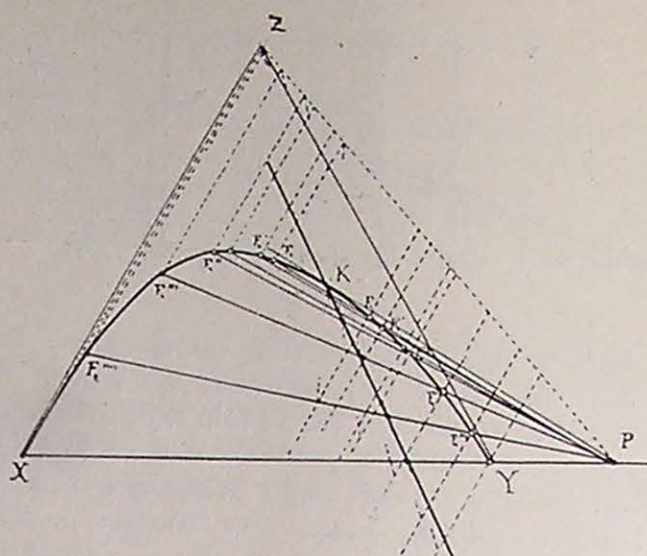
Tím byly odvozeny charakteristické znaky pro posouzení, zda v určité soustavě jest soubytnost dána soustavou rovin soubytnosti, protínajících se navzájem vesměs v jedné přímce. Srovnání bude pak provedeno na příslušných diagramech, v nichž budou zakresleny skutečné případy experimentem zjištěné, při čemž bude sledován příslušný průběh spojnic dvou soubytujících fází, jejich sbíhavost nebo rovnoběžnost.

Srovnání bude provedeno na třech různých soustavách tří složek, a to v soustavě 1. voda, chloroform, kys. octová (údaje Wrightovy<sup>21</sup>), 2. voda, amylalkohol, ethylalkohol (údaje Fonteinovy<sup>20</sup>), 3. voda, amylalkohol, methylalkohol (údaje Fonteinovy<sup>20</sup>). Tyto soustavy byly zvoleny zcela náhodně; úmyslně zvoleny údaje cizích autorů.

Soubytnost v soustavě chloroform, voda, kys. octová. Údaje Wrightovy<sup>21</sup>, jichž bylo použito při odvozování fázového kužele, poslouží nám i ke sledování soubytnosti v udané soustavě. K posouzení soubytného způsobu použijeme nejprve řezu fázového kužele rovinou, rovnoběžnou s rovinou xy. Wright udává následující složení soubytujících fází ( $x_1, y_1, z_1$  jsou množství složek v jedné soubytující fázi,  $x_2, y_2, z_2$  jsou množství složek v druhé soubytující fázi, x jest množství vody, y označuje množství chloroformu a z množství kys. octové). Tyto údaje se týkají teploty 18° C a jsou, pokud se týče složení fází, totožné s údaji tabulky čís. IX. Množství složek jest vyjadřováno váhově.

Tabulka čís. XIII.

Složení jedné soubytující fáze			Složení druhé soubytující fáze		
$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
0.99	99.01	0.00	99.16	0.84	0.00
1.38	91.85	6.77	73.69	1.21	25.10
2.28	80.00	17.72	48.58	7.30	44.12
4.12	70.13	25.75	34.71	15.11	50.18
5.20	67.15	27.65	31.11	18.33	50.56
7.93	59.99	32.08	25.39	25.20	49.41
9.58	55.81	34.61	23.28	28.85	47.87



Diagr. 18.

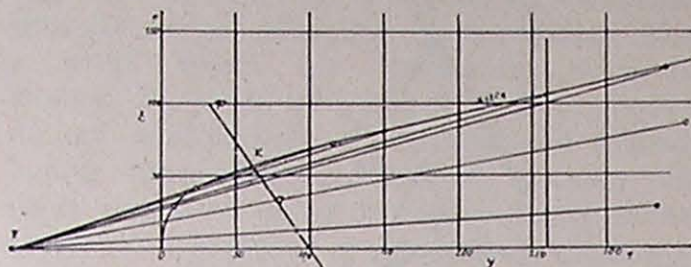
Tyto údaje poslouží nám k první kontrole soubytného pořádku. Na diag. čís. 18. jsou zakresleny všechny body, které odpovídají fázím v tab. čís. XIII. Fáze, jež spolu soubytují, jsou spojeny přímkou konjunkční, která jest protažena tak, až protne přímku XY. Z diag. jest ihned zřejmo, že průběh konjunkčních přímek odpovídá druhému způsobu soubytnosti. Konjunkční přímky procházejí jedním bodem. Tento bod je označen P (pól soubytnosti) a jest průsečíkem osy soubytnosti s rovinou stálého množství.

Konjunkční přímky v této soustavě tvoří svazek sečen binodální křivky. Tento svazek sečen probíhá jedním bodem — polem soubytnosti. Veškeré roviny soubytnosti v dané soustavě probíhají jedinou přímkou.

Tento důsledek potvrdí nám i ostatní řezy fázovým kuželem. Tabulka následující (čís. XIV.) podává přehled o způsobu soubytnosti v dané soustavě, jestliže všechny soubytující fáze obsahují konstantní množství složky X (vody) rovné 20 g. Označení jest stejné jako v tabulce předcházející.

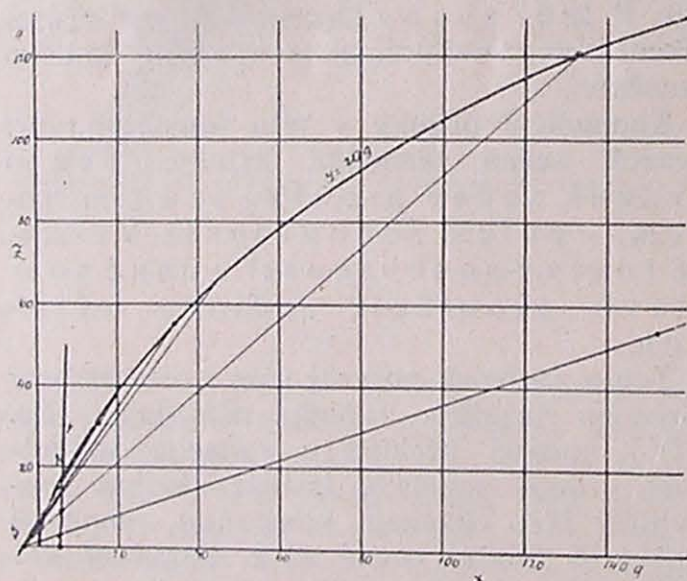
Tabulka čís. XIV.

Složení jedné soubytující fáze			Složení druhé soubytující fáze		
$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
20.00	2000.20	0.00	20.0	0.17	0.00
20.00	1331.16	98.10	20.0	0.33	6.81
20.00	701.76	155.43	20.0	3.00	18.16
20.00	340.44	125.00	20.0	8.70	28.91
20.00	258.26	106.34	20.0	11.78	32.50
20.00	151.30	80.90	20.0	19.85	38.92
20.00	116.51	72.25	20.0	24.78	41.12



Diagr. 19.

Tato tabulka jest vlastně opakováním tabulky čís. XI, s tím rozdílem, že jest v ní označeno, které dvě fáze spolu skutečně soubytuji. Znázorníme-li graficky složení fází na diag. čís. 19, vytvoří body průsečnou křivku fázového kužele, která jest totožná s příslušnou křivkou IX. z diag. čís. 4. Všechny spojnice dvou bodů, které odpovídají dvěma fázím skutečně soubytujícím, protínají se v jediném bodě, který leží na ose x. Tento bod jest pólem soubytnosti v rovině rovnoběžné s rovinou yz a jest průsečíkem této roviny s osou soubytnosti. Spojnice soubytujících fází jsou vlastně průsečnicemi rovin soubytnosti s danou rovinou řezu fázového kužele a vytvářejí svazek jedním bodem procházejících sečen průsečné kuželosečky. Diag. potvrzuje



Diagr. 20.

opět, že v soustavě voda, chloroform, kys. octová veškeré roviny soubytnosti procházejí jedinou přímkou a že v této soustavě platí druhý, zvláštní způsob soubytnosti. K obdobným výsledkům dospějeme, budeme-li sledovati vztah mezi složením fází na řezu fázového kužele pomocí roviny rovnoběžné s rovinou xz. Všechny soubytující fáze budou míti konstantní množství složky y (chloroformu) rovné 20 g. Přehled o složení takovýchto fází podává tabulka čís. XV.

Tabulka čís. XV.

Složení jedné soubytující fáze			Složení druhé soubytující fáze		
$X_1$	$Y_1$	$Z_1$	$X_2$	$Y_2$	$Z_2$
0.20	20.00	0.00	2360.95	20.0	0.00
0.30	20.00	1.47	1218.02	20.0	414.85
0.57	20.00	4.43	133.09	20.0	120.87
1.17	20.00	7.34	45.95	20.0	66.42
1.55	20.00	8.23	33.94	20.0	55.16
2.64	20.00	10.69	20.15	20.0	39.21
3.43	20.00	12.40	16.14	20.0	33.18

Tato tabulka jest opakováním tabulky čís. XII, s tím rozdílem, že jest v ní vyznačeno, které dvě fáze spolu skutečně soubytuji. Na příslušném diag. čís. 20 protínají se opět spojnice bodů, které odpovídají fázím soubytujícím v jediném bodě. Tento bod (pól soubytnosti v dané průsečné rovině) jest průsečíkem roviny rovnoběžné s rovinou yz a osy soubytnosti. Spojnice soubytujících fází, které vytvářejí opět jedním bodem procházející svazek sečen průsečné kuželosečky, jsou opět průsečnicemi rovin soubytnosti s danou rovinou řezu. Jejich vzájemný průsek na ose x potvrzuje opět, že v soustavě voda, chloroform, kys. octová procházejí všechny roviny soubytnosti jednou přímkou — osou soubytnosti. Nejzajímavější jest sledování soubytnosti na průseku fázového kužele rovinou rovnoběžnou s rovinou xy. Složení soubytujících fází podává tabulka čís. XVI.

Tabulka čís. XVI.

Složení jedné soubytující fáze			Složení druhé soubytující fáze			$X_1 - X_2$	$Y_1 - Y_2$	$\frac{X_1 - X_2}{Y_1 - Y_2}$
$X_1$	$Y_1$	$Z_1$	$X_2$	$Y_2$	$Z_2$			
4.07	271.34	20.0	58.71	0.96	20.0	-54.64	270.38	-0.20
2.57	90.29	20.0	22.02	3.31	20.0	-19.45	86.98	-0.22
3.20	54.47	20.0	13.83	6.02	20.0	-10.63	48.45	-0.22
3.76	48.57	20.0	12.31	7.25	20.0	-8.55	41.32	-0.20
4.94	37.40	20.0	10.28	10.20	20.0	-5.34	27.20	-0.20
5.53	32.25	20.0	9.73	12.05	20.0	-4.20	20.20	-0.21



Hodnoty v tabulce odpovídají hodnotám v tabulce čís. X. Na příslušném diag. čís. 21 spojnice bodů, které odpovídají dvěma fázím soubytujícím, vytvářejí, jak lze očekávat, soustavu přímek rovnoběžných, jsouce rovnoběžné s osou soubytnosti. Tyto spojnice jsou průsečnicemi svazku rovin soubytnosti s danou rovinou řezu fázového kužele (rovinu tu jest rovnoběžná s rovinou  $xy$ ) a vytvářejí soustavu rovnoběžných sečen průsečné kuželosečky. Jejich rovnoběžnost jest důkazem, že všechny roviny soubytnosti v dané soustavě tvoří svazek rovin, protínajících se v jedné přímce. Na tomto řezu lze rovnoběžnost sečen snadno prokázat početně. Mají-li býti tyto přímky rovnoběžné, musí míti stejnou směrnici, a proto musí býti poměr

$$\frac{X_1 - X_2}{Y_1 - Y_2}$$

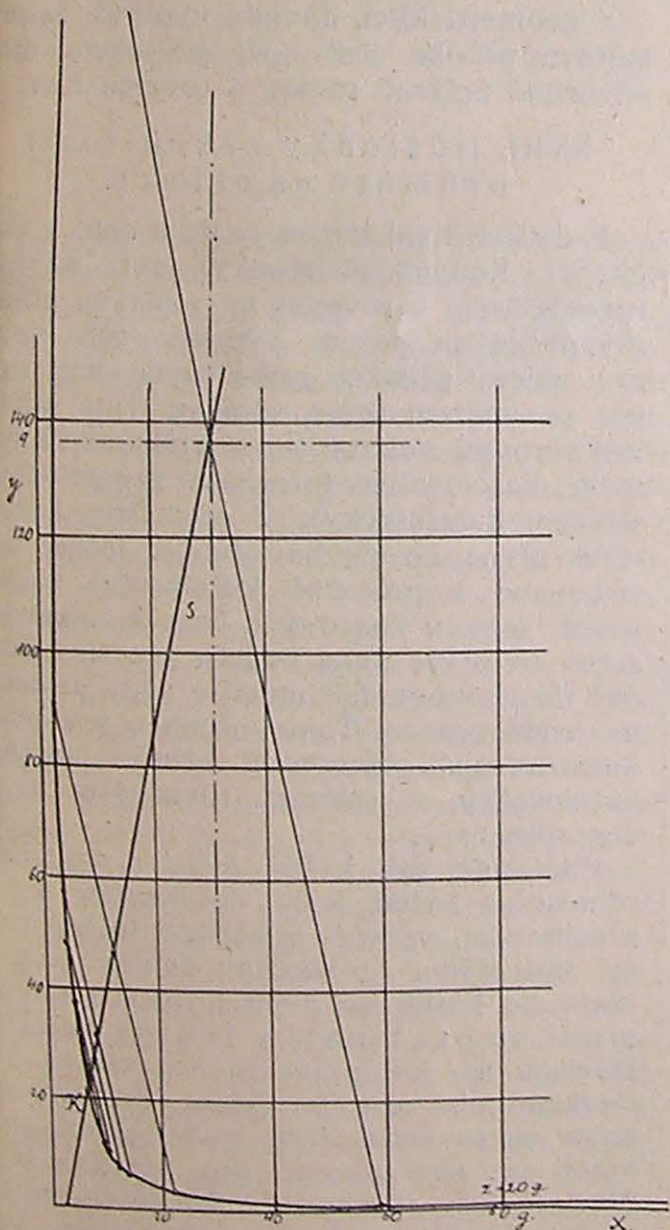
konstantní. Že je tomu tak skutečně, jest nejlépe zřejmo z tabulky č. XVI. Tím jsou všechny předchozí závěry opět potvrzovány.

V dané ternární soustavě jest zákon soubytnosti dán konstantní směrnici osy soubytnosti:  $d = -485$ . Tato zákonitost vystihuje všechny soubytující soustavy od nejmenšího do největšího obsahu složky  $z$  v soustavě.

### XVII. Zákonitost poláry.

V předcházejících kapitolách bylo ukázáno, že na řezech fázovým kuželem, rovinami rovnoběžnými s rovinou  $xz$ ,  $yz$  i v trojúhelníkovém diagramu vytvářejí příslušné konjunkční přímky svazek sečen průsečné kuželosečky, který prochází jedním bodem, ležícím na ose soubytnosti. Stejně budou se jeviti konjunkční přímky na každém jiném rovinném řezu, jehož rovina osu soubytnosti protne. Bod, kterým konjunkční přímky projdou, byl nazván pólem soubytnosti (v určité rovině řezu). Jest jasné, že pól soubytnosti jest vskutku geometrickým pólem vzhledem k příslušné kuželosečce. Přírozeným a nutným důsledkem tohoto faktu jest, že v určitém rovinném řezu, na všech konjunkčních přímkách, všechny harmonicky sdružené body k pólu soubytnosti vzhledem k bodům představujícím dvojici fází soubytujících musí ležeti na jedné přímce. Tato přímka jest geometricky polárou pólu soubytnosti vzhledem k průsečné kuželosečce. Že je tomu tak skutečně, potvrzují nám diagramy čís. 18, 19, 20, na nichž harmonicky sdružené body byly skutečně konstruovány.

Zákonitost poláry nese s sebou další důsledek. Polára musí protínati průsečnou křivku v bodě, který jest dotykovým bodem tečny pólu soubytnosti ke křivce průsečné vedené. Tento bod, jak bylo v kapitole předcházející odvozeno, odpovídá ternárnímu kritickému poměru složek. Poněvadž pak průsekem poláry a křivky je tento poměr (experimentem obtížně



Diagr. 21.

stanovitelný) přesněji určen, podává konstrukce poláry vhodnou možnost ke stanovení kritického ternárního poměru složek v soustavě. Přepočtem hodnot z různých diagramů v soustavě voda, chloroform, kys. octová dospíváme k výsledku, že kritická fáze má složení 40·9% z, 44·7% y, 14·4% x.

Všechny poláry ve všech řezech vytvoří jedinou rovinu. Tato rovina prochází vrcholem kužele a kritickou ternární přímkou na plášti kužele. Procházela by i druhou kritickou ternární přímkou, která však v dané soustavě odpovídá fázi fyzikálně nemožné, jsouc určována zápornými množstvími složek. Tato rovina jest polárnou rovinou osy soubytnosti vzhledem ke kuželi fázovému. Protne-li fázový kužel nějakou rovinu, protne i tuto polární rovinu. Průsečnice jest pak polárou na daném řezu.

Zákonitost průměrů na přímce.

Se zákonitostí poláry souvisí i druhý vztah, jež lze odvoditi na řezu fázovým kuželem rovinou rovnoběžnou s rovinou xy. Na tomto řezu, jak jest zřejmo na diag. čís. 21., tvoří konjunkční přímkou soustavu rovnoběžných sečen k průsečné kuželosečce. Z geometrických důvodů je třeba, aby všechny tyto sečny byly půleny jednou přímkou, která jest jedním z průměrů průsečné křivky a jejíž směr jest sružen geometricky v kuželosečce se směrem rovnoběžných sečen. Musí tedy na tomto řezu platiti pravidlo: Střední spojnic všech dvojic soubytujících fází leží na jedné přímce. Směr této přímky průměrové je geometricky sružen v kuželosečce se směrem spojnic.

Souřadnice středu spojnic jsou dány hodnotami  $\frac{x_1+x_2}{2}$ ,  $\frac{y_1+y_2}{2}$ . Z diag. čís. 21. jest zřejmo, že toto pravidlo v skutku platí. Pro soustavy ternární dosud odvozeno nebylo. Jest opět jasno, že průměrová přímkou musí protnouti průsečnou kuželosečku v bodě, který odpovídá ternárnímu kritickému poměru složek. Podává pak konstrukce průměrové přímky další možnost k přesnějšímu určení tohoto po-

měru. Výskyt pravidla průměrů na přímce v ternární soustavě má zajímavý vztah k dřívějším nálezům tohoto pravidla. Callstatovati platnost tohoto pravidla na diagramech znázorňujících vztah hutnot v fází soubytujících, vytvořených dvojnásobnou složkou (průměrová přímkou určuje rovněž kritický bod). Po druhé nalezl platnost pravidla tohoto Rothmund<sup>24</sup>), a to na diagramech, vyznačujících vztah mezi složením dvojnásobných vztahů a teplotou v soustavách vytvořených dvěma složkami. Průměrová přímkou určuje v nich t. zv. ternární kritický bod. Na diag. čís. 21. zjištěná platnost tohoto pravidla pro ternární kapalnou soustavu ve vztahu s ternárním kritickým poměrem nálezy dřívější<sup>25</sup>) vhodně doplňuje.

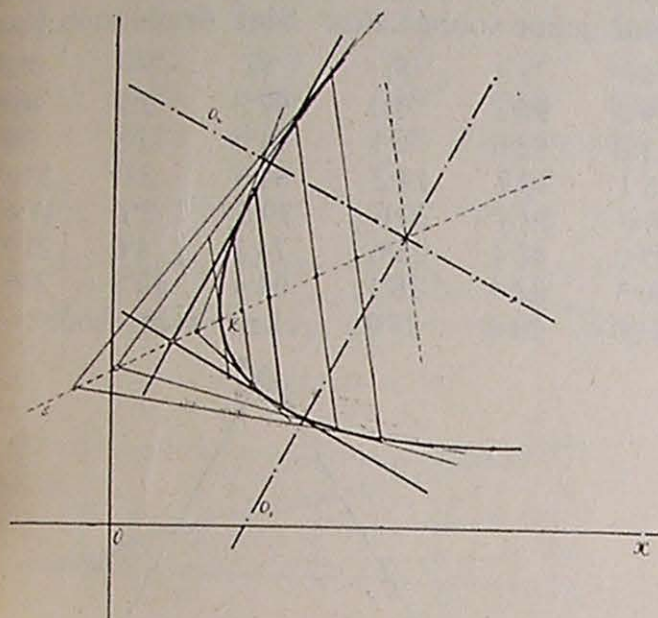
Z geometrických důvodů vyplývá, že průměrová přímkou jest opět průsečnicí odvozené polární roviny s rovinou řezu.

#### XVIII. Důsledky zákonitosti průměrů na přímce.

V dalších úvahách se vrátíme opět k diag. čís. 21. Konjunkční přímkou tvoří na řezu rovnoběžném s rovinou xy soustavu přímkou rovnoběžných sečen. Všechny tyto sečny jsou půleny přímkou průměrovou, jejíž směr jest se směrem sečen sružen. Tato přímkou leží v rovině polární a jest průměrem k průsečné kuželosečce (prochází geometrickým středem kuželosečky). Z geometrie kuželoseček plyne, že všechny dvojice sečen, konstruované k průsečné kuželosečce v dané rovině řezu, v koncových bodech zmíněných sečen (tedy ve dvou bodech představujících dvě fáze soubytující) musí se vždy protínati na jedné přímce. Touto přímkou jest právě konstruovaná průměrová přímkou (průměrová přímkou kuželosečky, se směrem rovnoběžných sečen sružená).

Poněvadž pak každá tečna a povrchová přímkou na kuželi, jejím dotykovým bodem procházející, vytvoří příslušnou tečnou rovinu, jest jasno, že všechny dvojice tečny rovin ke kuželi ve dvou přímkách soubytující musí se protínati v jediné rovině. Rovinou tou jest právě rovina polární. Důsledkem toho jest, že vztah, odvozený z tečny na rovinném řezu, rovnoběžném s rovinou xy, platí obecně pro všechny průsečné kuželosečky, v koncových bodech

konjunkčních přímek konstruované, na všech rovinných řezech protínati vždy v jedné přímce. Přímkou tou bude příslušná polára nebo přímka průměrová, podle toho, jakým směrem rovinný řez bude veden.



Diagr. 22.

Ze zákonitosti průměrů na přímce plyne však další velmi zajímavý důsledek. Sledujeme diag. čís. 22., který jest schematickým znázorněním poměrů soubytnosti na řezu fázovým kuželem rovinou, rovnoběžnou s rovinou  $xy$ . Všechny konjunkční přímkou tvoří opět rovnoběžnou soustavu sečen průsečné kuželosečky. Středů spojníc dvou bodů, odpovídajících fázím soubytujícím, leží na jedné přímce, která jest v kuželosečce průměrem sdruženým ke směru sečen. Na této přímce se protínají všechny dvojice tečen, v koncových bodech sečny ke křivce konstruované. Sledujeme nyní úhel, který takový pár tečen svírá. Dvojice tečen, která přináší sečně v blízkosti ternárního kritického bodu na tomto řezu, protíná se pod úhlem tupým. Dvojice tečen, která přináší sečně od kritického ternárního bodu vzdálenější, protíná se pod úhlem menším. Tak tomu bude i u další dvojice tečen. Úhel tečen se neustále zmenšuje, až konečně tupý úhel se poznenáhlu přemění v úhel ostrý, který postupným vzdalováním sečny do nekonečna by konvergoval k ostrému úhlu příslušných asymptot křivky. V jednom okamžiku, při této přeměně úhlu tupého v úhel ostrý, budou tečny svíratí úhel pravý ( $90^\circ$ ). Důležitý jest nyní směr, který v takovém případě tečny zaujmou. Z geometrie kuželoseček plyne, že směr takových dvou tečen, svírajících úhel pravý a protínajících se na jednom sdruženém průměru, jest směrem dvou přímek, které půlí úhel, jež svírá daný průměr sdružený, na němž se obě tečny protínají, s druhým průměrem v kuželosečce, který jest s ním v kuželosečce geometricky sdružen. V našem případě jest jedním ze sdružených průměrů právě přímka středů. Směr druhého průměru k tomuto v kuželosečce sdruženého jest dán směrem rovnoběžných sečen. Vrátime-li se k diagr. čís. 21., který představuje konkrétní případ v soustavě voda, chloroform, kys. octová, seznáme důležitý fakt: Přímkou půlící úhel obou zmíněných sdružených směrů (středové přímkou a směru sečen) jsou právě rovnoběžné s osou  $x$  a s osou  $y$ . Tato okolnost, jistě nikoliv náhodná, vrhá nové světlo ve spletité poměry soubytnosti. Ukazuje, v jakém vztahu jest poloha fázového kužele ke směru osy soubytnosti a kterak lze směr osy soubytnosti v soustavě předem určit.

Všechny tečny k fázovému kuželi, vedené směrem osy  $x$ , vytvoří jednu tečnou rovinu procházející touto osou a všechny tečny vedené rovnoběžně s osou  $y$  vytvoří druhou tečnou rovinu procházející osou  $y$ . Dotykové přímkou těchto dvou významně charakterizovaných tečných rovin jsou dvě přímkou z jedné roviny soubytnosti. Tato rovina protíná pak rovinu  $xy$  v přímce, která jest právě osou soubytnosti pro danou soustavu. Tato možnost pro odvození směru osy soubytnosti jest ovšem pouze teoretická, neboť předpokládá velmi přesnou známou průběhu funkce kuželové, a sebe menší chyby, jimiž jest experimentální výsledek vždy zatížen, působí nepříznivě. Dotykové body tečen (rovnoběžných s osou  $x$  a  $y$ ) k průsečné křivce na rovinném řezu fázového kužele, rovnoběžném s rovinou  $xy$ , lze stanoviti velmi obtížně a pouze nepřesně, ježto ramena křivky se od těchto směrů jen málo odchyľují. Zůstává otevřenou otázkou, bylo-li by lze k jejich přesnějšímu určení použiti obdobně konstruovaných přímek, na nichž by ležely středy všech sečen kuželosečky, rovnoběžných jednak s osou  $x$  a jednak s osou  $y$ .

Přímým důsledkem odvozeného vztahu jest, že spojnice dotykových bodů tečen, vedených ke křivce binodální v trojúhelníkovém diagramu jednak z bodu  $X$ , jednak z

bodou Y, jest jednou z přímek konjunkčních.

Soubytlost v soustavách voda, amylalkohol a ethylalkohol a voda, amylalkohol, methylalkohol.

Vedle propočtu soustavy voda, chloroform a kys. octová bylo ke zkoušce odvozených předpokladů použito soustavy voda, amylalkohol, ethylalkohol a ještě soustavy voda, amylalkohol a methylalkohol. Údaje o složení dvou soubytujících fází pocházejí od Fonteina<sup>20)</sup>, který věnoval těmto soustavám velkou pozornost. Soubytlost v těchto soustavách se ovšem bude nutně lišiti od způsobu, jenž byl nalezen v soustavě voda, chloroform, kys. octová. Při těchto soustavách bylo použito jako jedné ze složek amylalkoholu. Třebaže povšechně lze amylalkohol, použitý autorem, považovati za jedinou složku, přesně tomu není tak. Fontein použil amylalkoholu Merck puriss., který při redestilaci přecházel při 131·1 až 131·4° C. Autor sám si jest vědom, že takovýto amylalkohol není jednotnou látkou, a udává jeho dvě složky (methyl-3, butanol-1a opt. akt. methyl-2, butanol-1) a výsledek analýzy, podle níž použitá směs amylalkoholů obsahuje 16% složky opticky činné. Přísně vzato nejsou tedy zkoumané soustavy přesně ternární, nýbrž vlastně pseudo-ternární resp. kvaternární.

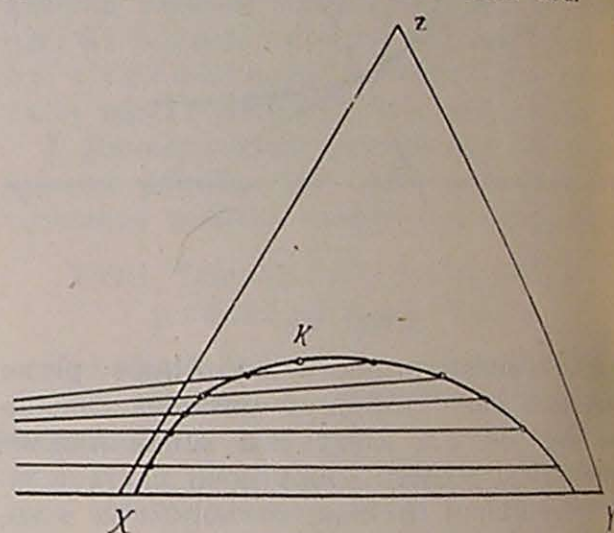
#### XIX. Soustava voda, amylalkohol, ethylalkohol.

Údaje Fonteinovy jsou váhové a vybrány údaje týkající se teploty 15·5° C. Tabulka čís. XVII. obsahuje původní údaje ( $x$  = množství vody,  $y$  = množství amylalkoholu,  $z$  = množství ethylalkoholu) pro celkové množství všech tří složek rovné 100 g. Příslušný diagram čís. 23 jest diagram trojúhelníkový. Tabulka čís. XVIII. obsahuje tytéž údaje přepočítané na konstantní množství vody rovné 10 g. Příslušný diagram čís. 24 znázorňuje poměry při soubytlosti na rovinném řezu fázovým kuželem, když rovina řezu jest rovnoběžná s rovinou yz. Tabulka čís. XIX. vyjadřuje tyto poměry v případě, že všechny fáze soubytující obsahují konstantní množství složky y (amylalkoholu) rovné 10 g, a příslušný diagram čís. 25 představuje tedy graficky znázorněné poměry soubytlosti při rovinném řezu fázovým kuželem, když rovina řezu jest rovnoběžná s rovinou xz. Tabulka čís. XX. obsahuje složení soubytujících fází v případě,

když všechny fáze obsahují konstantní množství složky z (ethylalkoholu) rovné 10 g. Příslušný diagram (čís. 26) představuje pak poměry soubytlosti na fázovém kuželi, při rovinném řezu rovnoběžném s rovinou xy.

Tabulka čís. XVII.

Slož. jedné soubyt. fáze			Slož. druhé soub. fáze		
$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
9·3	90·7	0·0	97·3	2·7	0·0
11·3	82·6	6·1	91·3	2·8	5·9
15·1	70·7	14·2	84·0	3·0	13·0
20·0	59·4	20·6	79·5	3·1	17·4
27·0	47·4	25·6	74·2	4·6	21·2
39·5	32·4	28·1	64·4	10·8	24·8
53·0	20·0	27·0	...krit. tern. bod.		



Diagr. 23.

Tabulka čís. XVIII.

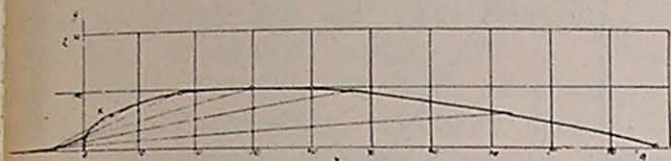
Slož. jedné soubyt. fáze			Slož. druhé soub. fáze		
$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
10·0	97·52	0·00	10·0	0·28	0·00
10·0	73·10	5·40	10·0	0·31	0·65
10·0	46·82	9·40	10·0	0·36	1·55
10·0	29·70	10·30	10·0	0·39	2·19
10·0	17·56	9·48	10·0	0·62	2·86
10·0	8·20	7·11	10·0	1·68	3·85
10·0	3·77	5·09	... fáze krit. poměru.		

Tabulka čís. XIX.

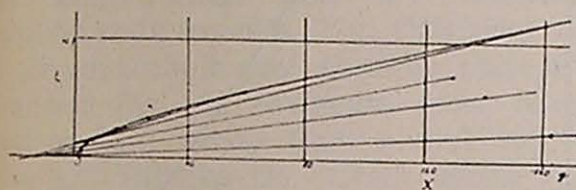
Slož. jedné soubyt. fáze			Slož. druhé soub. fáze		
$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
1·03	10·0	0·00	360·37	10·0	0·00
1·37	10·0	0·74	326·08	10·0	21·07
2·14	10·0	2·01	280·00	10·0	43·33
3·37	10·0	3·47	256·45	10·0	56·13
5·74	10·0	5·40	161·30	10·0	46·09
12·19	10·0	8·67	59·63	10·0	22·96
26·50	10·0	13·50	... fáze krit. poměru.		

Tabulka čís. XX.

$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$	$y_2 - y_1$	$x_2 - x_1$	$d = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$\frac{y_1}{d}$	$e = \frac{z_1}{x_1 + \frac{y_1}{d}}$
18:52	135:41	10:0	154:74	4:75	10:0	-130:66	136:22	-0:959	141:17	0:063
10:63	49:79	10:0	64:61	2:31	10:0	-47:48	53:98	-0:880	56:61	0:149
9:71	28:83	10:0	45:68	1:78	10:0	-27:05	35:97	-0:752	38:34	0:208
10:55	18:52	10:0	35:0	2:17	10:0	-16:35	24:45	-0:669	27:69	0:261
14:06	11:53	10:0	25:97	4:35	10:0	-7:18	11:91	-0:603	19:12	0:301
19:63	7:41	10:0	...	fáze krit. poměru.						

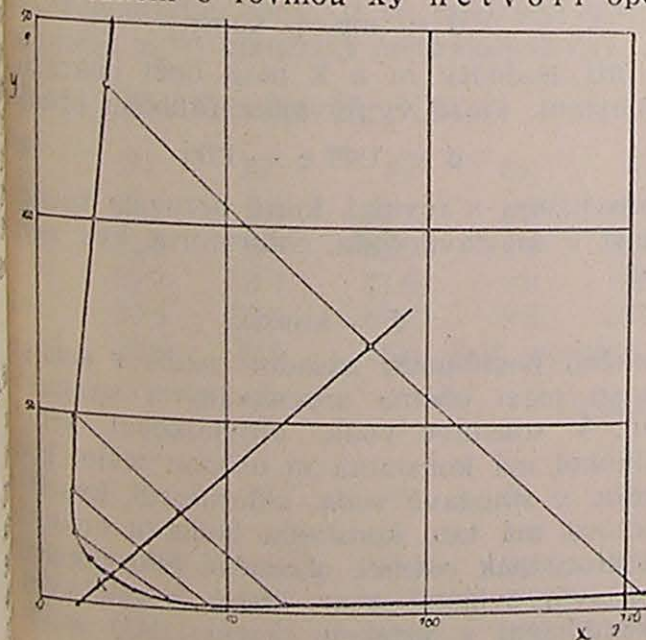


Diagr. 24.



Diagr. 25.

Z diagramů jest vesměs zřejmo, že způsob soubytnosti v této soustavě jest dán jiným pořádkem, nežli v soustavě voda, chloroform, kys. octová. Na rovinných řezech fázovým kuželem rovinami rovnoběžnými s rovinami  $xz$  a  $yz$ , stejně i na řezu rovinou stálého úhlného množství v diagramu trojúhelníkovém netvoří příslušné konjunkční přímky soustavu sečen průsečné kuželosečky, které by procházely jedním bodem. Na řezu rovnoběžném s rovinou  $xy$  netvoří opět



Diagr 26

příslušné přímky konjunkční soustavu rovnoběžných sečen průsečné křivky. Tyto vztahy platí jen přibližně, přesně však nikoliv. Jen přibližně lze v diagramech čís. 23, 24, 25 považovati konjunkční přímky za svazek paprsků, vycházejících z jednoho bodu, jen přibližně lze v diagr. 26 považovati konjunkční přímky za soustavu přímek rovnoběžných. Pak také pravidlo poláry platí pouze se stejnou přibližností, přesně nikoliv. Naproti tomu pravidlo středové přímky na diagr. čís. 26, znázorňujícím řez rovnoběžný s rovinou  $xy$ , platí s dostatečnou přesností. Středová přímka nemůže být však průměrem průsečné křivky. Důsledky, jež plynou z pravidla středové přímky o tečnách a o tečných rovinách, procházejících osou  $x$  a  $y$  v soustavě voda, chloroform, kys. octová, nelze v dané soustavě odvoditi. Budou platiti opět přibližně, při čemž však nelze předem vyloučiti, že by pravidlo o dotykových přímkách tečných rovin, procházejících osami  $x$  a  $y$ , nemohlo i v této soustavě platiti s dostatečnou přesností. V soustavě nelze přesně odvoditi jednu osu soubytnosti. Všechny roviny soubytnosti v této soustavě netvoří svazek rovin, protínající se navzájem v jediné přímce v rovině  $xy$ . Naopak každé dvě roviny soubytnosti v této soustavě se obecně protínají v přímce, která v rovině  $xy$  neleží. Početně není pak zákonitost soubytnosti v této soustavě dána rovnicí

$$d = \text{konst.}$$

Že hodnota  $d$  není konstantní, plyne z tabulky čís. XX., v níž jsou hodnoty  $d$  pro jednotlivé roviny soubytnosti vypočítány. Hodnota  $d$  se postupně mění od  $-0:959$  do  $-0:603$ . ( $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  jest směrnici spojnice dvou soubytujících fází na řezu rovnoběžném s rovinou  $xy$ , jež jest tedy průsekem této

roviny rovinou soubytnosti. Průsečnice roviny soubytnosti s vlastní rovinou  $xy$  musí míti směr rovnoběžný se spojnicí zmíněných dvou fází, její směrnice bude stejná.) V takovéto soustavě musí platiti určitý funkční vztah mezi hodnotami  $d$  a  $e$ , jak bylo dříve odvozeno, daný obecnou rovnicí

$$d = f(e).$$

Pátrajíce po tvaru tohoto funkčního vztahu musíme především znáti příslušné hodnoty  $e$ , které přináležejí určitým hodnotám  $d$  (bylo dříve odvozeno, že  $d$  značí hodnotu směrnice stopy roviny soubytnosti v rovině  $xy$  a  $e$  hodnotu směrnice stopy téže roviny soubytnosti v rovině  $xz$ ).

Pro rovinu soubytnosti platí podle úvah dřívějších rovnice

$$\frac{R}{d} + \frac{r}{e} = 1. \quad (19)$$

V této rovině je i bod  $x_1, y_1, z_1$  z tabulky čís. XX. Platí pak rovnice

$$\frac{R_1}{d} + \frac{r_1}{e} = 1. \quad (39)$$

A poněvadž hodnotu  $d$  již předem z tabulky XX. známe, můžeme hodnoty  $e$  vypočítavati, dosazujíce příslušné hodnoty  $x_1, y_1, z_1$  a  $d$  do rovnice

$$R_1 e + r_1 d = ed \quad (40)$$

$$e = \frac{r_1 d}{d - R_1} \quad (41)$$

kteroužto rovnici dosazením za  $r_1$  a  $R_1$  snadno převedeme ve tvar

$$e = \frac{z_1 d}{d x_1 - y_1} \quad (42)$$

a po vydělení čitatele i jmenovatele pravé strany hodnotou  $d$

$$e = \frac{z_1}{x_1 - \frac{y_1}{d}} \quad (43)$$

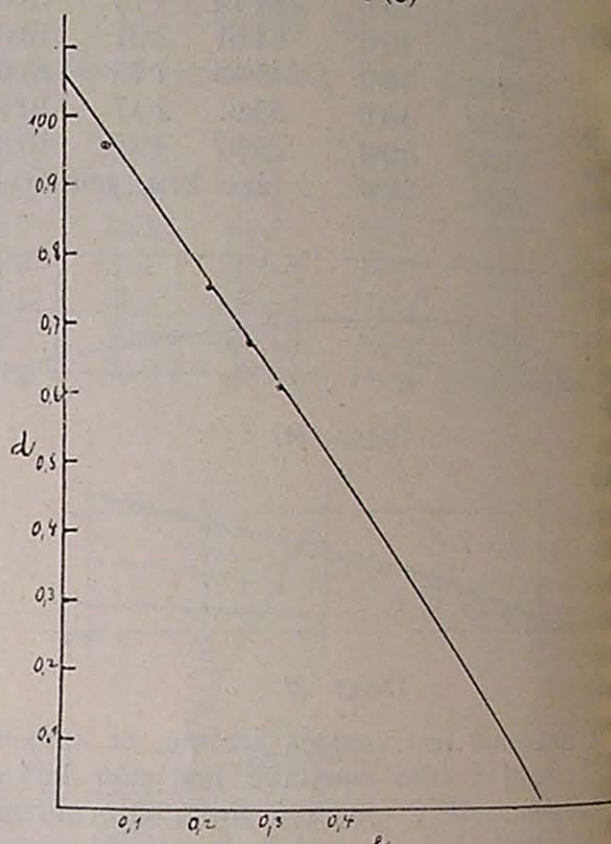
poněvadž pak hodnota  $d$  jest záporná a z podle tabulky čís. XX. jest vesměs rovno 10, nabude vzorec pro výpočet jednoduchého tvaru

$$e = \frac{10}{x_1 + \frac{y_1}{d}}$$

Takto vypočtené hodnoty  $e$  (náležející k hod-

notám  $x_1, y_1, z_1$  a  $d$ , jsou uvedeny v posledním sloupci tabulky čís. XX. Známe-li pak hodnoty  $d$  a  $e$ , které k sobě přináležejí, jest možno graficky vyjádřiti funkční vztah

$$d = f(e)$$



Diagr. 27.

Na diagr. čís. 27 jsou nanášeny na osu  $y$  záporné hodnoty  $d$ , na osu  $x$  příslušné hodnoty funkce  $e$ . Z diagramu jest ihned zřejmo, že vzájemný vztah hodnot  $d$  a  $e$  jest lineární, odpovídající analytickému vyjádření

$$d = me + \text{konst.} \quad (44)$$

v níž hodnoty  $m$  a  $k$  mají opět charakter konstant, které vyplývají z průběhu přímky

$$d = 1.48 e - 1.06 \quad (45)$$

Srovnáním s rovnicí, která určovala soubytnost v soustavě voda, chloroform, kys. octová

$$d = \text{konst.}, \quad (46)$$

možno postihnouti zásadní rozdíl v soubytnosti mezi oběma srovnávanými soustavami. V soustavě voda, amylalkohol, ethylalkohol má konstanta  $m$  určitou reálnou hodnotu, v soustavě voda, chloroform, kyselina octová má tato konstanta hodnotu nulovou, a proto pak rovnice obecnější (45) přechází ve svůj zvláštní tvar, daný rovnicí (46). Rozdílností a vztahem rovnic (45) a (46) jest dána i rozdílnost a vzájemný vztah

soubytnosti mezi soustavami, v nichž všechny roviny soubytnosti procházejí jednou přímkou a soustavami, v nichž tomu tak není.

### XX. Soustava voda, amylalkohol, methylalkohol.

Srovnání poměrů soubytnosti v této soustavě bylo provedeno stejným způsobem jako v soustavě předcházející. Tato soustava jest opět soustavou pseudoternární. Autorem použitých dat jest opět Fontein. Použitá data se týkají teploty 28° C, údaje jsou váhové. Tabulka čís. XXI. obsahuje původní údaje Fonteinovy, příslušný diagr. čís. 28 jest diagramem trojúhelníkovým. Tabulka čís. XXII. obsahuje přepočtená data o složení soubytujících fází při konstantním množství vody rovném 10 g. Příslušný diagr. čís. 29 znázorňuje pak graficky složení soubytujících fází na rovinném řezu fázovým kuželem, je-li rovina řezu rovnoběžná s rovinou  $yx$ . Tabulka čís. XXIII. udává složení soubytujících fází pro případ, že všechny soubytující fáze obsahují konstantní množství složky  $y$  (amylalkoholu) rovné 10 g. Diagr. čís. 30 znázorňuje tyto vztahy graficky (na řezu fázovým kuželem, je-li rovina řezu rovnoběžná s rovinou  $xz$ ). V tabulce čís. XXIV. jsou složení soubytujících fází, jestliže množství složky  $z$  (methylalkoholu) jest ve všech fázích stejné a rovno 10 g. Příslušný diagr. čís. 31 znázorňuje graficky tyto vztahy (na rovinném řezu fázovým kuželem, je-li rovina jest rovnoběžná s rovinou  $xy$ ) ( $x$  = množství vody,  $y$  = množství amylalkoholu,  $z$  = množství methylalkoholu).

Tabulka čís. XXI.

$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
9.8	90.2	0.0	97.7	2.3	0.0
12.8	81.5	5.7	86.9	2.9	10.2
17.7	69.9	12.4	77.6	4.0	18.4
29.2	50.4	20.4	65.2	9.8	25.0
47.0	28.0	25.0	...	...	...

... fáze krit. poměru.

Tabulka čís. XXIV.

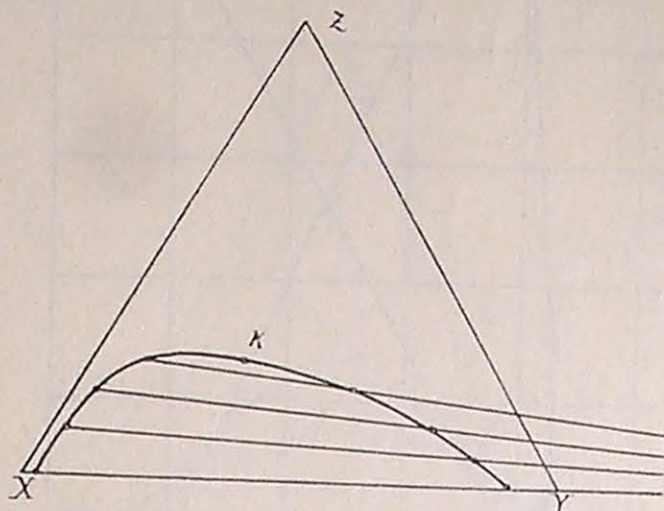
$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$	$y_2 - y_1$	$x_2 - x_1$	$d = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$y_1$	$\frac{z_1}{x_1 + \frac{y_1}{d}}$
22.46	142.98	10.0	85.20	2.84	10.0	-140.14	62.74	-2.23	64.01	0.116
14.27	56.37	10.0	42.17	2.17	10.0	-54.20	27.90	-1.94	29.02	0.231
14.31	24.71	10.0	26.08	3.92	10.0	-20.79	11.77	-1.77	13.99	0.353
18.80	11.20	10.0	...	...	...	...	...	...	...	...

... fáze krit. poměru.

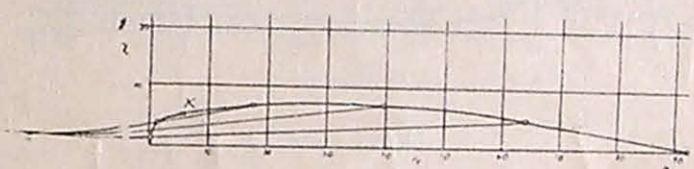
Tabulka čís. XXII.

$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
10.0	92.04	0.0	10	0.24	0.0
10.0	63.67	4.45	10	0.33	1.17
10.0	39.49	7.01	10	0.52	2.37
10.0	17.26	6.99	10	1.50	3.83
10.0	5.96	5.32	...	...	...

... fáze krit. poměru.



Diagr. 28.

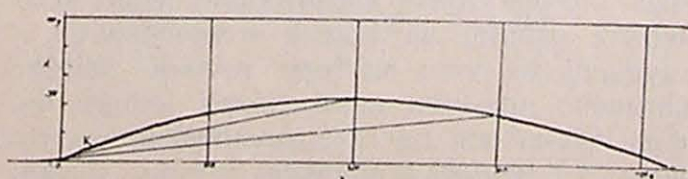


Diagr. 29.

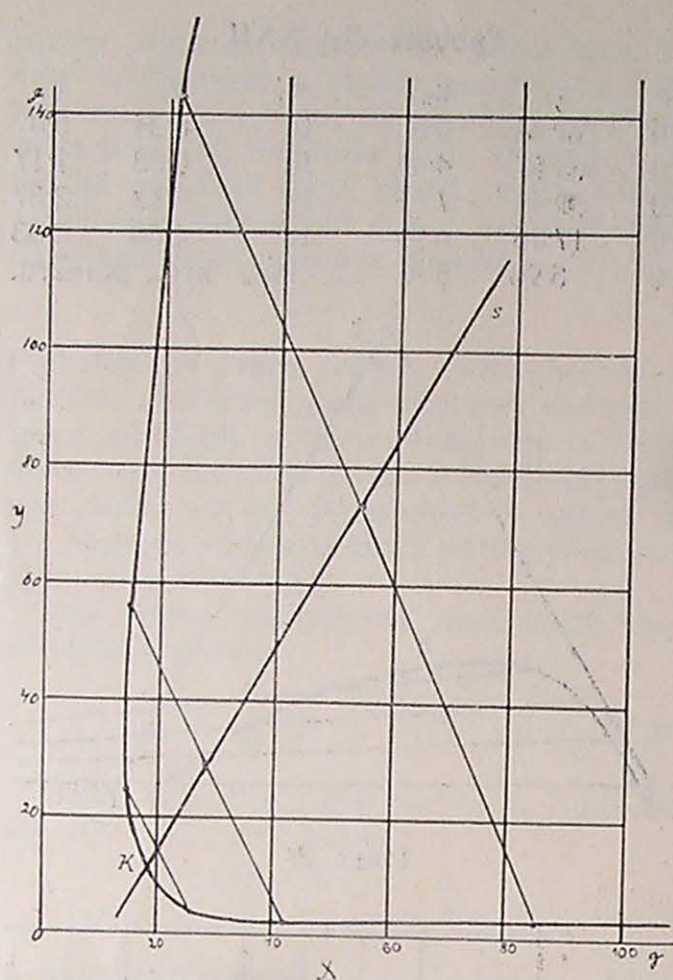
Tabulka čís. XXIII.

$x_1$	$y_1$	$z_1$	$x_2$	$y_2$	$z_2$
1.09	10.0	0.0	424.78	10.0	0.0
1.57	10.0	0.70	299.66	10.0	35.17
2.53	10.0	1.77	194.00	10.0	46.00
5.79	10.0	4.05	66.53	10.0	25.51
16.78	10.0	8.93	...	...	...

... fáze krit. poměru.



Diagr. 30.



Diagr. 31.

To, co bylo řečeno o soubytnosti v soustavě voda, amylalkohol, ethylalkohol, platí i v této soustavě. Z průběhu konjunkčních přímek jest viděti, že i v soustavě voda, amylalkohol, methylalkohol roviny soubytnosti neprocházejí všechny jedinou přímkou. Roviny soubytnosti se obecně protínají v přímkách, které neleží v rovině  $xy$ . Pak ovšem i dříve odvozená pravidla o poláře platí v této soustavě jen přibližně, neboť konjunkční přímky na řezech rovnoběžných s rovinami  $xz$ ,  $yz$  i na řezu rovinou stálého úhlného množství neprocházejí jedním bodem. Stejně ani na řezu rovnoběžném s rovinou  $xy$  netvoří konjunkční přímky soustavu sečen rovnoběžných. Rovnoběžnost jest jen přibližná, třebaže odchylka od rovnoběžnosti jest poměrně malá. Naproti tomu pravidlo o průměrové přímce na řezu rovnoběžném s rovinou  $xy$  platí s dostatečnou přesností a podává i v této soustavě vhodnou možnost k přesnějšímu určení kritického ternárního poměru. Jest potom přirozené, že hodnota směrnice stop rovin soubytnosti v rovině  $xy$  nebude hodnotou přísně konstantní,

nýbrž že se bude měniti. Tabulka čís. XXIV. obsahuje tyto hodnoty vypočtené. K těmto hodnotám byly vypočteny i hodnoty  $e$ , které táž tabulka rovněž obsahuje. Z hořeních vývodů jest zřejmo, že v dané soustavě nebude se složení soubytujících fází řídití rovnice  $d = \text{konst.}$ , nýbrž že lze očekávati určitý funkční vztah mezi hodnotami  $d$  a  $e$ . Tento vztah jest, znázorníme-li jej graficky, opět lineární. Tento vztah potvrzuje, co bylo lze analogicky k předchozí soustavě očekávati, že i v soustavě voda, amylalkohol, methylalkohol jest funkční vztah mezi hodnotami  $d$  a  $e$  lineární tvaru

$$d = me + \text{konst.} \quad (44)$$

Podle průběhu funkční přímky má tato rovnice v soustavě voda, amylalkohol, methylalkohol tvar

$$d = 1.99 e - 2.46. \quad (47)$$

## XXI. Závěr.

Diskuse tří soustav potvrdila celkem dříve odvozené předpoklady o složení soubytujících fází.

V soustavě ternární (voda, chloroform, kyselina octová) tvoří všechny roviny soubytnosti svazek rovin procházejících jedinou přímkou osou soubytnosti. Na různých řezech fázovým kuželem tvoří konjunkční přímky jednak svazek paprsků procházejících jedním bodem (pólem soubytnosti), jednak tvoří soustavu rovnoběžných sečen průsečné křivky. K soubytnosti lze v kuželi odvoditi polární rovinu. V této rovině se protínají vždy dvě tečny roviny, dotýkající se fázového kužele ve dvou příslušných polárních soubytnosti. Průsek polárních rovin s rovinami řezu určuje jednak poláry k pólům soubytnosti na těchto rovinných řezech, jednak přímkou průměrovou. Polární rovinu protíná kužel v kritické ternární přímce, a proto také poláry (resp. přímkou průměrovou) určují na řezech kritický ternární bod. Na polárách (resp. průměrové přímce) se protínají vždy dvě tečny průsečné křivky, jejichž dotykovými body jsou fázové soubytující. Směr středové přímky



ky jest sdružen v průsečné křivce se směrem rovnoběžných konjunkčních přímek. Platí pravidlo o polárách a středové přímce. Směrosy soubytnosti lze předem odvodit z polohy a tvaru fázového kužele, neboť dotykové přímky tečných rovin, k fázovému kuželi osami  $x$  a  $y$  vedených, tvoří a určují jednu rovinu soubytnosti, ke stanovení osy soubytnosti potřebnou. Zákonitost v soubytnosti jest dána směrnici osy soubytnosti  $d = \text{konst.}$

V soustavách pseudo-ternárních (voda, amylalkohol, ethylalkohol a voda, amylalkohol, methylalkohol) netvoří všechny roviny soubytnosti svazek rovin procházejících jedinou přímkou. Pravidla o polárách a polárné rovině platí jen přibližně. Dostatečně přesně platí pravidlo středové přímky. Konjunkční přímky netvoří ani svazek paprsků, vycházejících z jednoho bodu, ani soustavu rovnoběžných sečen průsečné křivky. Pravidla o tečných neplatí. Zákonitost soubytnosti jest dána vztahem mezi směrnici stop rovin soubytnosti v rovině  $xy$  a  $xz$

$$d = m_e + \text{konst.}$$

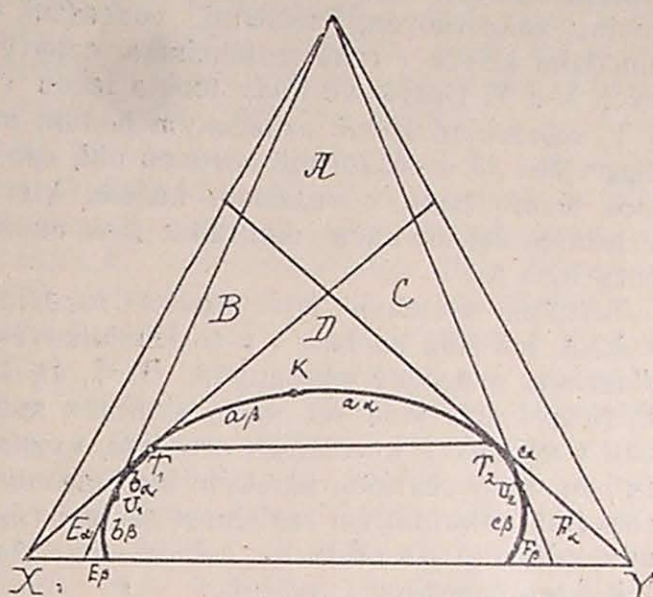
Srovnáním této rovnice s rovnicí dříve uvedenou vyplývá odlišné chování obou druhů soustav.

Zůstává ovšem otevřenou otázkou, zda se toto rozdělení udrží při diskusi dalších soustav soubytnosti a zda nebude lze nalézt i soustavy přísně ternární, v nichž by soubytnost byla dána způsobem popsaným u soustav pseudoternárních. Tyto otázky, stejně ostatní důležité otázky, týkající se vztahů kvalitativních vlastností jednotlivých složek k poloze a rozměrům vzniklého fázového kužele a příslušného systému rovin soubytnosti, vymykají se již z rámce tohoto pojednání, jehož úkolem jest osvětliti základní pojmy a první roztřídění zjevů. Budou předmětem pozdějších studií.

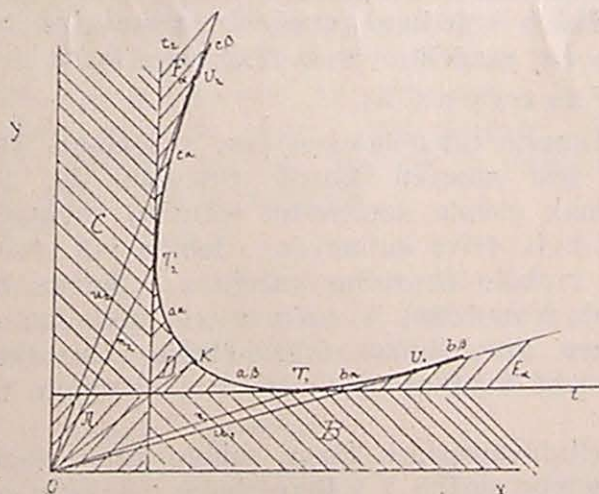
## XXII.

Klasifikace fází v ternárních kapalných soustavách o jednom páru omezeně mísitelných složek. Funkční závislost kuželová dovoluje nám rozdělení všech fyzikálně možných fází v určité soustavě na dvě hlavní skupiny: První skupinu tvoří fáze „n a s y c e n é“, které

leží v prostoru mimo fázový kužel, a druhou skupinu tvoří fáze „n e n a s y c e n é“, které leží právě na plášti fázového kužele. Z experimentálních zkušeností víme, že fáze, které náležejí jedné z obou skupin, se dále od sebe kvalitativně odlišují. Zavedením tečných rovin k fázovému kuželi daří se rozdělení jednotlivých skupin v řadu kvalitativně odlišných tříd.



Diagr. 32.



Diagr. 33.

### A. Fáze n e n a s y c e n é.

Roztřídovací princip vyplývá nejlépe z diagramu čís. 32 a 33. Diagr. čís. 33 představuje v průmětu na rovinu  $xy$  řez fázovým kuželem rovinou rovnoběžnou s rovinou  $xy$ . Vlastní řez kuželem představuje průsečná křivka, která označuje nasycené fáze při konstantním množství složky  $z$ . Mezi osami  $x$ ,  $y$  a průsečnou křivkou je prostor fází „n e n a s y c e n é“. Vedme nyní ke křivce, jež může míti tvar hyperbolický, tečny v rovině řezu:

Jedna budiž rovnoběžná s osou  $x$  a druhá s osou  $y$ . Tyto tečny se dotýkají průsečné křivky v bodech  $T_1$  a  $T_2$ . Spojnice těchto dvou bodů s vrcholem kužele a tečny vytvoří dvě roviny tečné k fázovému kuželi. Jedna z nich prochází osou  $x$  a druhá osou  $y$ . Tyto dvě tečné roviny rozdělují prostor, jak právě vidíme na diagr. 33. Na schematickém trojúhelníkovém diagr. čís. 32 jsou obě tečné roviny znázorňovány tečnami, vedenými k binodální křivce z rohů trojúhelníka, označených  $X$  a  $Y$ . Dotykové body těchto tečen  $T_1$  a  $T_2$  odpovídají stejně označeným bodům na diagr. čís. 33 a znázorňují zároveň obě spojnice těchto bodů s vrcholem kužele, které v prvním jmenovaném diagramu jsou označeny  $n_1$  a  $n_2$ .

Tečnými rovinami jest prostor rozdělen v části, jež jsou na řezu i v trojúhelníkovém diagramu označeny písmeny A, B, C, D, E, F. Nenasycené fáze, jež svým složením spadají v některý z uvedených prostorů, vyznačují se svým charakteristickým kvalitativním chováním. Kvalitativní rozličnost se jeví různým účinkem po přidavku jednotlivých složek, které soustavu vytvářejí.

Z diagramu jest zřejmo, že veškeré nenasycené fáze v soustavách o třech kapalných složkách s jedním omezeně mísitelným párem lze rozdělit v šest resp. osm typů.

#### F á z e t y p u A.

Tomuto typu náleží fáze v jehlanu, který jest omezen jednak rovinami  $xz$ ,  $yz$ , jednak oběma dotčenými tečnými rovinami, jež byly dříve definovány. Jehlan má vrchol ve vrcholu fázového kužele a v každé rovině rovnoběžné s rovinou  $xy$  základnu ve tvaru pravoúhlého čtyřúhelníka. Charakteristická kvalitativní vlastnost fází tohoto typu:

Přidáváme-li k fázím tohoto typu složku  $X$  anebo složku  $Y$  v libovolném množství, nevzniknou nikdy dvě kapalně fáze, nýbrž vždy jen kapalná fáze jediná.

#### F á z e t y p u B.

Tomuto typu fází náleží fáze, jež připadají do klínového prostoru, který jest s jedné strany omezen tečnou rovinou fázového kužele, procházející osou  $y$  a jest vytvořen rovinou  $xz$ , a druhou jmenovanou tečnou rovinou procházející osou  $x$ . Ostří klínu tvoří osa  $x$ .

Kvalitativní vlastnosti:

K fázím tohoto typu lze přidávati libovolné množství složky  $X$ , aniž kdy dostaneme

dvě kapalně fáze. Přidáváme-li však k nim složku  $Y$ , nastane po určitém přidavku složky nutně porušení homogenity, ježto vzniknou dvě kapalně fáze.

#### F á z e t y p u C.

Fáze tohoto typu jsou svými vlastnostmi obdobné k fázím typu B. Jsou to fáze v klínovém prostoru, který je se strany omezen opět jednou ze zmíněných tečných rovin (tečnou rovinou procházející osou  $x$ ) a jest vytvořen dvěma rovinami: rovinou  $yz$  a druhou tečnou rovinou (rovinou procházející osou  $y$ ). Ostří klínu tvoří tentokrát osa  $y$ .

Kvalitativní vlastnosti:

K fázím tohoto typu lze přidávati libovolné množství složky  $Y$ , aniž nastane ztráta homogenity a aniž se vytvoří dvě fáze. Po určitém přidavku složky  $X$  nastává nutně ztráta homogenity a vytvářejí se dvě kapalně fáze.

#### F á z e t y p u D.

Fáze tohoto typu jsou v prostoru mezi fázovým kuželem a oběma tečnými rovinami.

Kvalitativní vlastnosti:

Přidáváme-li k těmto fázím i složku  $X$  i složku  $Y$ , vzniknou po určitém jejich přidavku dvě kapalně fáze.

#### F á z e t y p u E.

Fáze tohoto typu vyplňují prostor mezi fázovým kuželem, rovinou  $xy$  a tečnou rovinou procházející osou  $x$ , jak jest vyznačeno na diagramu na řezu.

Kvalitativní vlastnosti těchto fází: Postupným přidavkem složky  $Y$  dospějeme ke dvěma fázím. Postupným přidavkem složky  $X$  nikdy ke dvěma kapalným fázím nedospějeme.

#### F á z e t y p u F.

Fáze typu F vyplňují prostor mezi kuželem a tečnou rovinou procházející osou  $y$  a přilehlý k ose  $y$ , jak jest naznačeno na řezu v diagramu.

Kvalitativní vlastnosti: Postupným přidavkem složky  $X$  dospějeme ke dvěma fázím, postupným přidavkem složky  $Y$  nikdy ke dvěma fázím nedospějeme.

Toto rozdělení se zakládá vesměs na různém chování nenasycených fází po přidavku složek  $X$  a  $Y$ . Co se týče přidavku třetí složky  $Z$ , lze veškeré ternární kapalně soustavy o třech složkách s jedním omezeně mísitelným párem rozdělit ve dvě skupiny. V jedné skupině přídavek složky  $Z$  neposkytuje žádného vodítka k rozlišení nenasycených fází. Po libovolném přidavku složky  $Z$  v ta-

ových soustavách nikdy nedospějeme ke dvěma kapalným fázím. U soustav takového druhu tečné roviny procházející osou z neotýkají se fázového kužele v prostoru, jenž jest vytvořen kladnými hodnotami souřadnic. Dotykové přímky by spadly v prostor definovaný zápornými hodnotami souřadnic a fáze, jež by pak rozdělení umožňovaly, jsou fyzikálně nemožné. Totéž platí o dotykových bodech tečen, vedených ke křivce binodální z rohu Z v trojúhelníkovém znázorňování.

Existuje však druhá skupina kapalných soustav ternárních o jednom páru omezeně mísitelných složek. Poloha a tvar jejich binodální křivky (viz diagr. čís. 32, 33), resp. poloha a tvar fázového kužele, dovolují, že obě tečné roviny k fázovému kuželi vedené, nebo jen jedna, procházející osou z, mají dotykové přímky v prostoru, který jest vyznačen kladnými hodnotami souřadnic. Totéž platí o tečnách z rohu Z trojúhelníkové závislosti k binodální křivce vedených, jak vyznačuje diagr. čís. 32. Budou se pak veškeré nenasyčené fáze v takové soustavě rozdělovati ve dvě skupiny: I. nenasyčené fáze, v nichž jakýkoliv přídavek složky Z nezpůsobí ztrátu homogenity a vznik dvou kapalných fází; II. nenasyčené fáze, v nichž postupný přídavek složky Z způsobí heterogenitu. Diagram nám zároveň ihned podává, že do první skupiny budou náležeti veškeré fáze dříve popsaných typů A, B, C, D a část fází typu E a F. Druhá část těchto dvou druhů E a F se bude vyznačovati tím, že v nich přídavek složky Z způsobí vznik dvou kapalných fází. V takové ternární soustavě bude lze pak rozlišiti osm různých typů nenasyčených fází.

Fáze typu A, B, C, D budou míti všechny kvalitativní vlastnosti dříve popsané. V nich všech jakýkoliv přídavek složky z heterogenitu nezpůsobí. Pak budou existovat nenasyčené fáze  $F_a$  a  $E_a$ , s veškerými dříve popsanými vlastnostmi těchto dvou druhů fází, v nichž se přidruží jako charakteristický kvalitativní znak: jakýkoliv přídavek složky Z v těchto dvou fázích nezpůsobí vznik dvou kapalných fází. Vedle těchto dvou fází  $E_a$  a  $F_a$  budou kvalitativně odlišné fáze  $E_\beta$  a  $F_\beta$ . Tyto fáze  $E_\beta$  a  $F_\beta$  budou míti všechny kvalitativní vlastnosti přináležící fázím E a F, od fází  $E_a$  a  $F_a$  budou se

však odlišovati tím, že určitý přídavek složky Z v těchto fázích způsobí vznik dvou kapalných fází.

#### B. Fáze nasycené.

Stejně jako fáze nenasyčené lze od sebe odlišiti i fáze nasycené. Pomůckou k rozlišení bude nám diagram čís. 32, 33. Diagramy obsahují průsečnou křivku, tečny k ní, rovnoběžné jednak s osou x, jednak s osou y, dotykové body těchto tečen  $T_1$  a  $T_2$ . Obě tečny náležejí k tečným rovinám, jichž dotykové přímky na kuželi jsou  $n_1$  a  $n_2$  (spojnice dotykových bodů s vrcholem kužele).

Na křivce jest označen bod K, odpovídající kritickému ternárnímu poměru, a jeho spojnice s vrcholem kužele, kritická ternární přímka k. Dotykové přímky dříve jmenovaných tečných rovin,  $n_1$  a  $n_2$ , rozdělují plášť kužele ve tři hlavní části. Poněvadž povrch kužele tvoří fáze „nasycené“, jest jimi dáno prvé rozdělení fází nasycených. Nasycené fáze se pak liší vzájemně zase svými kvalitativními vlastnostmi. Odlišnost se projeví po nepatrném diferenciálním přídavku některé ze složek, jež tvoří ternární soustavu. Hlavně bude probráno rozdělení na základě přídavku složek x a y.

Bylo dříve řečeno, že lze rozlišiti nejprve tři hlavní druhy fází nasycených v určité ternární soustavě. Fáze těchto typů lze pak ještě dále rozdělovati na podskupiny. K vyjádření určitého typu „nasycených“ fází bude užíváno písmen malých, k vyjádření pododdílů písmen řeckých.

#### Fáze typu a.

Fáze leží na kuželi mezi přímkami  $n_1$  a  $n_2$ . Poměr x : y v těchto fázích jest menší nežli příslušný poměr v přímce  $n_1$  a větší, nežli jest příslušný poměr x : y v přímce  $n_2$ .

#### Kvalitativní vlastnosti:

Diferenciálním přídavkem složky X anebo složky Y vzniknou ihned dvě kapalně fáze. Tyto fáze jsou pro obě složky, X a Y, nasyceny. Jsou to fáze nasycené dvojím směrem.

Kritická ternární přímka rozděluje oblast fází nasycených typu a ve dvě části.

V jedné části jsou nasycené fáze typu  $a\alpha$ , v nichž poměr x/y je menší nežli v kritické ternární přímce, v druhé části jsou nasycené fáze typu  $a\beta$ , v nichž poměr x/y jest větší nežli v kritické ternární přímce.

#### Nasycené fáze typu b.

Tyto fáze leží na oné části kuželového

pláště mezi přímkou  $n_1$  a průsečnicí fázového kužele s rovinou  $xy$ .

Kvalitativní vlastnost:

Diferenciálním přídatkem složky X nevzniknou dvě fáze, avšak diferenciálním přídatkem složky Y vzniknou ihned dvě kapalné fáze. Fáze tohoto druhu se jeví nasycenými pro složku Y, jsou to fáze nasycené jedním směrem.

Fáze typu c.

Fáze tohoto typu jsou obdobné k fázím typu b. Leží na plášti fázového kužele, a to v oné části, která jest vymezena přímkou  $n_2$  a druhou průsečnicí fázového kužele s rovinou  $xy$ .

Kvalitativní vlastnost: Diferenciálním přídatkem složky Y nevzniknou dvě fáze, avšak diferenciálním přídatkem složky X vzniknou dvě fáze.

Krajními případy nasycených fází typů b a c jsou fáze na přímkách  $n_1$  a  $n_2$ .

V nasycených fázích typů b a c jsou možné, podle toho, o jaké soustavy běží, dvě podskupiny  $\alpha$  a  $\beta$ . Vznik těchto dvou podskupin ve fázích obou dotčených typů závisí na rozměrech a na poloze fázového kužele resp. na tvaru a poloze binodální křivky soustavy. Rozhodující okolností jest, zda poloha a tvar fázového kužele dovoluje, aby polohu dotykové přímky tečných rovin, vedených k fázovému kuželi osou  $z$ , bylo lze vyjádřiti vesměs kladnými hodnotami všech tří souřadnic. Je-li tomu tak, lze nasycené fáze rozřídovati ještě podle chování po diferenciálním přídatku složky Z. Toto další rozřídění bude se týkati pouze fází typu b a c. Dovolí-li poměry v určité ternární soustavě vésti tečné roviny osou  $z$  v řečeném smyslu, musí se tyto jmenované tečné roviny ve schematickém diagramu čís. 33 projevit jako tečny k průsečné křivce vedené z počátku souřadnic. Tyto tečny jsou v diagramu označeny  $u_1$  a  $u_2$ , jejich dotykové body  $U_1$  a  $U_2$ . Spojnice těchto dotykových bodů s vrcholem fázového kužele (dotykové přímky tečných rovin) se kryjí v průmětovém diagr. čís. 33 s přímkami  $u_1$  a  $u_2$ .

Dotyková přímka  $u_1$  rozděluje oblast nasycených fází typu b ve dvě části. V jedné části, na plášti fázového kužele mezi přímkami  $n_1$  a  $u_1$  budou nasycené fáze typu b $\alpha$ . Jejich kvalitativní vlastnosti budou totožné s vlastnostmi pro fáze typu b popsanými.

Jakýmkoliv přídatkem složky X nevzniknou dvě fáze, diferenciálním přídatkem slož-

ky Y dvě fáze vzniknou ihned. Naproti tomu diferenciálním, nebo jakýmkoliv přídatkem složky Z nikdy dvě fáze nevzniknou. Fáze tohoto typu jsou nasyceny jedním směrem.

Druhou část celkové oblasti pro fáze typu b budou tvořiti nasycené fáze typu b $\beta$ . Budou na plášti kužele mezi přímkami  $u_1$  a  $u_2$ .

Kvalitativní vlastnosti: Diferenciálním nebo jakýmkoliv přídatkem složky X nevzniknou dvě kapalné fáze. Po diferenciálním přídatku složky Y vzniknou dvě fáze. Stejně bude tomu i po diferenciálním přídatku složky Z, čímž se liší od předcházející podskupiny.

Jsou to fáze nasycené dvěma směry.

Také druhá dotyková přímka  $u_2$  podává možnost k obdobnému rozdělení nasycených fází typu c. Přímka  $u_2$  rozděluje celou oblast nasycených fází typu c ve dvě části.

V jedné části, na plášti fázového kužele mezi přímkami  $n_2$  a  $u_2$  budou nasycené fáze typu c $\alpha$ . Jejich kvalitativní vlastnosti budou Diferenciálním nebo jakýmkoliv přídatkem složky Y nebo složky Z nevzniknou dvě fáze, avšak diferenciálním přídatkem složky X dvě fáze vzniknou. Jsou to fáze nasycené jedním směrem.

Druhou část celkové oblasti pro fáze typu c budou tvořiti nasycené fáze typu c $\beta$ . Budou na plášti fázového kužele mezi přímkou  $u_2$  a druhou průsečnicí fázového kužele s rovinou  $xy$ .

Kvalitativní vlastnosti: Diferenciálním nebo jakýmkoliv přídatkem složky Y nevzniknou dvě kapalné fáze. Avšak diferenciálním přídatkem složky X nebo složky Z dvě kapalné fáze vzniknou. Tím se od předcházející podskupiny typu c liší.

Jsou to opět nasycené fáze dvěma směry.

Rozličnost těchto různých druhů nasycených fází vynikne po následující úvaze.

U veškerých nenasyčených fází lze, aniž vzniknou dvě fáze, měniti složení parciálně a diferenciálně šesti různými způsoby:

1. a 2. lze zvyšovati a zmenšovati množství složky Z, 3. a 4. lze zvyšovati a zmenšovati množství složky X, 5. a 6. lze zvyšovati a zmenšovati množství složky Y.

Nazveme tyto možnosti parciální a diferenciální změny „směrovými volnostmi“. U fází nenasyčených je takovýchto směrových volností, jakostné změny, jež ne-

sou provázeny vznikem dvou fází, celkem jest. Jinak je tomu u fází nasycených.

U nasycených fází typu  $aa$  a  $a\beta$  existují tyto směrové volnosti:

1. lze zvyšovati množství složky Z;
2. lze zmenšovati množství složky Y;
3. lze zmenšovati množství složky X.

Celkem tedy tři směrové volnosti.

U nasycených fází náležejících dotykové přímce  $n_1$  lze

1. zvyšovati množství složky Z, 2. zmenšovati množství složky Y, 3. zvětšovati množství složky X, 4. zmenšovati množství složky X. U fází tohoto druhu jsou tedy celkem čtyři směrové volnosti.

Tyto fáze představují v dané ternární soustavě fáze nasycené o maximálním poměru  $z/y$ .

Obdobně je tomu u nasycených fází ležících na dotykové přímce  $n_2$ . Při nich lze

1. zvyšovati množství složky Z, 2. zmenšovati množství složky X, 3. zvětšovati množství složky Y a 4. zmenšovati množství složky Y. Jsou tedy také u tohoto druhu fází celkem čtyři „směrové volnosti“. Tyto fáze představují nasycené fáze, které v dané soustavě jsou fázemi nasycenými o maximálním poměru  $z/x$ .

Oboje nasycené fáze  $n_1$  a  $n_2$  jsou nasycené fáze jedním směrem.

U nasycených fází typu  $ba$  lze

1. zvyšovati množství složky X, 2. zmenšovati množství složky Y, 3. zvyšovati množství složky Z.

Tyto fáze mají tři „směrové volnosti“.

U nasycených fází typu  $ca$  lze

1. zmenšovati množství složky X, 2. zvětšovati množství Y, 3. zvětšovati množství složky Z.

Fáze tohoto typu mají rovněž tři „směrové volnosti“.

Jiných vlastností jsou nasycené fáze na dotykové přímce  $u_1$  a  $u_2$ .

U nasycených fází přináležejících přímce  $u_1$  lze:

1. zvětšovati množství složky X, 2. zmenšovati množství složky Y, 3. zvětšovati množství složky Z a 4. zmenšovati množství složky Z.

Fáze tohoto typu mají zase čtyři „směrové volnosti“.

Stejně je tomu i u nasycených fází náležejících přímce  $u_2$ . V těchto fázích lze: 1.

1. zmenšovati množství složky X, 2. zvětšovati množství složky Y, 3. lze zmenšovati množ-

ství složky Z, 4. zvětšovati množství složky Z způsobem parciálním a diferenciálním, aniž vzniknou dvě kapalně fáze. I tento druh nasycených fází má čtyři „směrové volnosti“.

(Fáze přímky  $u_2$  jsou nasycené fáze o minimálním poměru  $x/y$  v dané soustavě a fáze přímky  $u_1$  jsou nasycené fáze o maximálním poměru  $x/y$  v dané soustavě.)

U nasycených fází typu  $b\beta$  se jeví tento přehled směrových volností:

1. lze zvětšovati množství složky X, 2. lze zmenšovati množství složky Y, 3. lze zmenšovati množství složky Z.

Tyto fáze mají celkem tři „směrové volnosti“.

U nasycených fází typu  $c\beta$  se jeví poměry zcela obdobně:

1. lze zvětšovati množství složky Y, 2. lze zmenšovati množství složky Z, 3. lze zmenšovati množství složky Z.

I tyto fáze mají tři směrové volnosti.

Ve světle tohoto rozdělení nasycených fází jeví se pak poměry soubytnosti v soustavách ternárních o třech kapalných složkách s jedním párem omezeně misitelných složek, ve kterých všechny roviny soubytnosti procházejí jednou přímkou, způsobem zvláštním.

V těchto soustavách bylo odvozeno, že nasycené fáze na dotykové přímce  $n_1$  tečné roviny, která prochází osou  $x$ , a nasycené fáze ležící na dotykové přímce  $n_2$ , tečné roviny procházející osou  $y$  jsou fáze soubytuující. V důsledku toho musí v takové ternární soustavě platiti tyto vztahy:

1. Je-li jednou ze soubytuujících fází fáze typu  $aa$ , jest druhá soubytuující fáze typu  $a\beta$ .

2. Je-li jednou ze soubytuujících fází fáze typu  $n_1$ , jest druhou soubytuující fází fáze typu  $n_2$ .

3. Je-li jednou ze soubytuujících fází fáze typu  $b$ , jest druhou soubytuující fází fáze typu  $c$ .

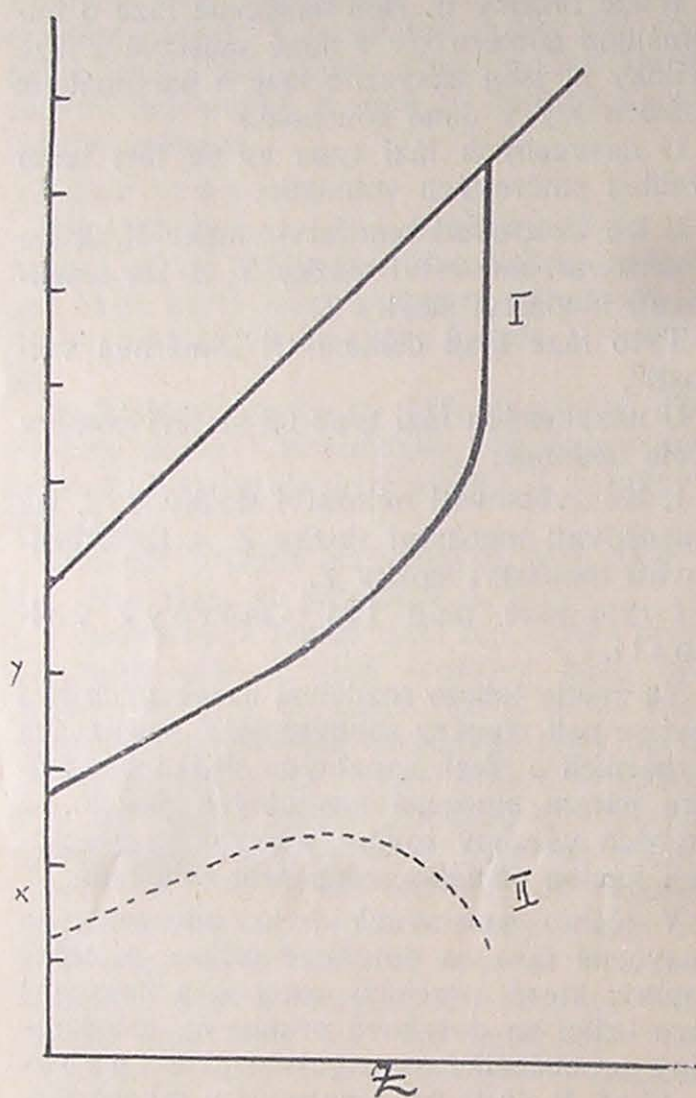
Podobně rozlišení u fází typu  $ba$ ,  $b\beta$ ,  $\mu_1$  a  $ca$ ,  $c\beta$ ,  $\mu_2$  nelze zatím odvoditi.

### XXIII. F e n o m e n m i z e n í j e d n é f á z e.

Mějme skleněnou trubici tvaru eudiometru, zdola kalibrovanou. Do této trubice odměříme určité množství složky X (na př. vody) a pak určité množství složky Y (na př. ethyletheru). Po ustavení rovnováhy přidáme po částech složky Z (na př. acetonu). Po každém přidavku složky Z a po ustavení rov-

nováhy odčítáme objemové množství soubytujících fází.

Průběh pokusu znázorní nejlépe diagram čis. 35.



Diagr. 35.

V něm jest na osu  $y$  nanášeno objemové množství jednotlivých soubytujících fází (stav horního menisku v eudiometru, který značí součtový objem obou fází a jehož průběh bude, vyjma malou odchylku, způsobenou kontrakcí v soustavě, téměř lineární, a stav menisku, který obě fáze odděluje, jehož průběh podle přidavku složky  $z$  vyznačuje křivka I., již nazveme „fázovou“). Na osu  $x$  nanášíme objemové množství přidané složky  $Z$ . Pak pozorujeme zjev, jenž jest v literatuře popsán jen letmo<sup>3)</sup> a jemuž nebyla věnována dosud větší pozornost.

Vyjdeme-li od nějakého určitého množství a poměru složek  $x_0/y_0$ , má fázová křivka příkladem tento průběh: Zatím co horní meniskus stoupá téměř lineárně, stoupá meniskus, jenž obě fáze od sebe odděluje, zprvu taktéž téměř lineárně. Po určitém přidavku složky  $Z$  počne měniti svůj směr, až konečně

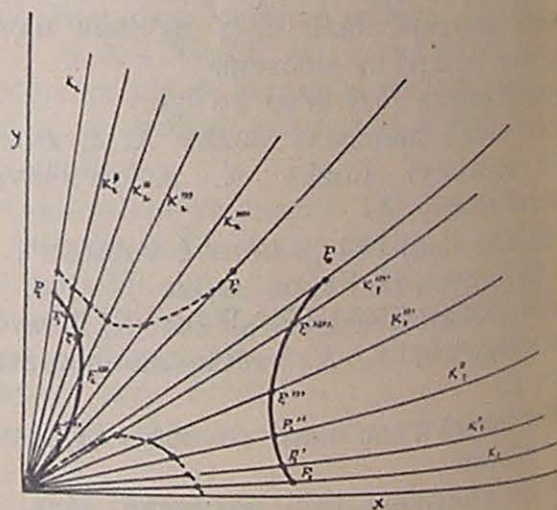
prudce stoupá. V tomto okamžiku množství jedné fáze rychle stoupá, kdežto množství druhé fáze klesá. Konečně v jednom okamžiku, po určitém přidavku složky  $Z$ , fázová křivka protne přímku, která značí součtové množství obou fází. V tomto okamžiku jest množství horní fáze rovno nule.

Případ se stane zajímavějším, změníme-li výchozí množství složek  $x_0$  a  $y_0$  a zároveň i jejich poměr, ponechávajíc pro názornost na př. celkové množství složek stejné

( $x_0 + y_0 = x_0' + y_0'$ ). Změníme-li na př. množství složky  $X$ , a o kolik jsme toto množství naproti prvému pokusu zmenšili, o tolik zase zvětšíme množství složky  $Y$ .

Fázová křivka (II) nabude jiného zajímavého tvaru. S počátku má průběh obdobný křivce (I-). Po určitém přidavku složky  $Z$  dostaví opět ohyb křivky, avšak tentokrát v směru obráceném. Nastává nejprve pozvolná a pak rychlé mizení fáze druhé — spodní

Tento zjev lze při vhodném uspořádání pokusu postihnouti ve všech ternárních kapalných soustavách o jednom páru omezeně mísitelném. Vysvětlení nejlépe znázorňuje diagram čis. 34, zobrazující stav v průmětě na rovinu  $xy$ .



Diagr. 34.

Výchozí fáze binární o složkách  $X$  a  $Y$  jsou dány bodem  $F_0$ , který leží uvnitř kužele. Při slušné dvě soubytující binární fáze zůstávají kosodélníkovou konstrukcí v rovině  $xy$  v přímkách  $k_1$  a  $k_2$ . Přidáváme-li nyní po částech množství složky  $Z$ , znamená to, že bodem  $F_0$  pohybujeme ve směru kolmice spuštěné na rovinu  $xy$  v bodě  $F_0$ . Znajíc příslušné vztahy, stanovíme po každém přidavku složky  $Z$  příslušnou rovinu soubytnosti. Roviny soubytnosti protnou pak daný kužel v příslušných přímkách

soubytnosti, na nichž kosodélníkovým řešením nalezneme příslušný soubytuující pár fází. Jest jasno, že přímky soubytnosti, jež sobě přísluší, se budou protínati vždy v ostřejším úhlu. Obě přímky budou se blížit k bodu  $F_0$ , avšak přímky soubytnosti s jedné strany rychleji. Právě poloha výchozího bodu jest rozhodující. Kdyby ležel bod  $F_0$  (složením výchozího poměru a množství složek X a Y) blíže k přímce  $k_2$ , přibližovaly by se k němu rychleji soubytné přímky se strany druhé. Dostoupíme-li při postupném přidávání složky Z po kolmici z bodu  $F_0$  až na povrch fázového kužele, dostaneme obecně jednu fázi, a to onu fázi, jež odpovídá rychleji přibližujícím přímkám soubytnosti. Pro každou ternární soustavu existuje určitý poměr složek X:Y. Vyjdeme-li od poměru většího, přidávajíc složku Z, zmizí jedna fáze, vyjdeme-li od poměru menšího, zmizí druhá fáze. Hraniční poměr složek X:Y je dán poměrem složek X:Y v kritické ternární přímce.

#### XXIV. Fázový kužel a věta rozdělovací.

Mějme dvě binární soubytuující fáze. Tyto fáze jsou vytvořeny dvěma kapalnými složkami X a Y. Budiž přidávána k těmto dvěma složkám třetí složka (Z), která se s oběma složkami X a Y mísí neomezeně. Po přidavku se vytvoří vždy nové dvě kapalně ternární fáze. S určitého stanoviska lze na tuto tvorbu nových dvou soubytuujících fází pohlížeti tak, jako by šlo o rozdělování složky Z mezi úvodní dvě soubytuující fáze binární. Převládáme-li současné změny ve složení obou soubytuujících fází, co se týče složek X a Y, jež nutně musí nastati, vyvstává tu problém: v jakém poměru se rozděluje složka Z mezi dvě soubytuující fáze?

Tento problém zaměstnává odedávna chemiky a podaných řešení jest velmi mnoho. Badatelé nepřestávali ovšem jen na takových případech, kdy třetí složka Z, jež se rozděluje mezi dvě binární soubytuující fáze, jest kapalná a vlastností v úvodu popsaných, řešili problém zcela obecně.

Mezi první badatele v tomto směru možno počítati Berthelota a Jungfleische<sup>1)</sup>. Na základě experimentálních výsledků dospěli k výsledku, že poměr koncentrace rozdělované látky v jedné fázi ke koncentraci téže látky v druhé fázi jest konstantní, ačkoliv jim neunikla ani změna ani

konvergence rozd. podílu. K témuž výsledku dospěl později i N e r n s t<sup>27)</sup>, jenž své experimentální výsledky podložil úvahami thermodynamickými a doplnil úvahami o komplikovanějším mocninovém rozdělování v takových soustavách, v nichž předpokládá, že rozdělovaná látka v jedné nebo v druhé fázi mění svůj molekulární vztah. Rozdělovací vztah jest dán rovnicí

$$K = \frac{c_1}{c_2} \quad (48) \text{ anebo rovnicí } K = \frac{c_1^n}{c_2} \quad (49)$$

podle poměrů.

( $c_1$  = koncentrace rozdělované látky v jedné fázi,  $c_2$  = koncentrace rozdělované látky v druhé fázi,  $n$  = konstanta, souvisící s molekulárním stavem rozdělované látky, a  $k$  je tak zv. rozdělovací koeficient.)

V stejný výsledek vyznívají i práce van't Hoffa<sup>28)</sup>, Riecke<sup>29)</sup>, Jakovkina<sup>30)</sup> a i Šilova a Lepinové<sup>10)</sup> a mnoha badatelů jiných. Příslušnou obsáhlou literaturu uvádí Herz<sup>31)</sup>. Georgievics<sup>35)</sup> aplikoval tyto výsledky k své teorii barvení. Velmi zajímavě řeší rozdělovací problém R. M. Woodman<sup>32)</sup>. Podle něho lze rozdělovací poměry vystihnouti těmito vztahy:

$$aa_1 + bb_1 = s_1 \quad (50) \quad aa_2 + bb_2 = s_2 \quad (51)$$

v nichž  $a_1$ ,  $b_1$  jsou procentová množství složek omezeně mísitelných v jedné fázi, a  $a_2$ ,  $b_2$  procentová množství týchž složek v druhé soubytuující fázi,  $s_1$  a  $s_2$  jsou pak procentová množství složky Z v obou fázích a hodnoty  $a$ ,  $b$  určité konstanty, jejichž podíl ve formě  $a^n/b$  nebo  $a/b^n$  udává rozdělovací koeficient.

Sledujme nyní, kterak se jeví rozdělovací poměry ve světle odvozených vlastností fázového kužele a rovin soubytnosti. Bylo dříve ukázáno, že při známé funkci kužellové a při známé funkci (e) lze v dané ternární kapalně soustavě o jednom páru složek omezeně mísitelných vypočísti složení obou soubytuujících fází ( $x_1$ ,  $y_1$ ,  $z_1$  a  $x_2$ ,  $y_2$ ,  $z_2$ ), známe-li výchozí množství složek ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ ) z něhož obě soubytuující fáze vznikají. Z výpočtu vyplývá, že

$$x_1 = f_1(x_0, y_0, z_0), \quad y_1 = f_2(x_0, y_0, z_0), \\ z_1 = f_3(x_0, y_0, z_0)$$

atd. Tvar příslušných funkcí jest velmi komplikovaný a vyplývá z řešení kvadratických rovnic.

Tím však jest i dáno, že i rozdělovací poměr  $z_1/z_2$  jest dán pro určitou soustavu určitou funkcí

$$z_1/z_2 = \frac{f_3(x_0, y_0, z_0)}{f_0(x_0, y_0, z_0)}, \text{ neboli}$$

rozdělovací poměr složky Z závisí na přítomném množství všech tří složek v obou soubytujících fázích a nemůže býti konstantní.

Obecně jest udáván pro rozdělování třetí složky vztah

$$k = \frac{c_1}{c_2} \quad (53),$$

v němž, jak bylo uvedeno již dříve,  $c_1$  značí koncentraci složky Z v jedné a  $c_2$  koncentraci v druhé fázi.

Jestliže pojem koncentrace složky Z rozvedeme aproximativně jako poměr množství složky  $z_1$  ve fázi k celkovému množství všech složek v jedné fázi, lze rovnici (53) psáti ve formě:

$$K = \frac{z_1 / (x_1 + y_1 + z_1)}{z_2 / (x_2 + y_2 + z_2)} \quad (53)$$

a tak dospějeme ke tvaru

$$\frac{x_2 + y_2 + z_2}{x_1 + y_1 + z_1} = k \cdot \frac{z_2}{z_1} \quad (54)$$

Sledujme tuto rovnici do důsledků:

Místo uvedeného tvaru lze onu rovnici psáti ve formě

$$\frac{U_2}{U_1} = k \cdot \frac{z_2}{z_1} \quad (55),$$

při čemž  $U_1$  znamená celkové množství jedné soubytující fáze a  $U_2$  množství druhé soubytující fáze.

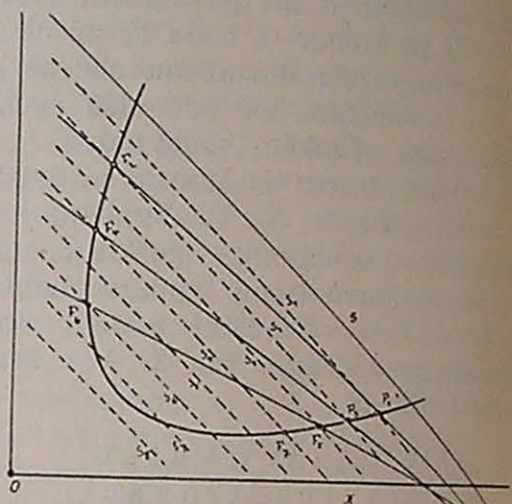
V další úvaze budeme sledovati takové případy, v nichž  $U_1 = U_2$  (56). Rovnice (55) se pak změní ve tvar

$$\frac{z_1}{z_2} = k' \quad (56)$$

neboli: ve všech případech, kdy spolu soubytují stejná celková množství fází, měla by býti množství složky Z v jednotlivých fázích v jednom určitém konstantním poměru, jenž jest právě dán t. zv. dělicím poměrem. Sledujeme-li právě tyto fáze na fázovém kuželi, dospějeme snadno k závěru obrácenému.

Volme nějaké určité U. Veškeré fáze, pro něž platí, že  $x_1 + y_1 + z_1 = U$ , budou ležeti

v jedné rovině stálého množství. Tato rovina protne všechny osy x, y, z v stejných úsecích, jež se budou rovnati U. Ke všem třem hlavním rovinám, vytvořeným osami, bude stejně skloněna a protne je v přímkách, jež spolu vytvoří rovnostranný trojúhelník (trojúhelník fázový). V této rovině budou ležeti všechny fáze, odpovídající danému vztahu. Budou to jednak fáze „nenasyčené“ a jednak fáze „nasyčené“. Fáze „nasyčené“ budou ležeti právě na průseku řečené roviny



Diagr. 36.

ny fázovým kuželem. Tyto vývody sledujeme na diagramu čís. 36, jenž jest průmětem situace do roviny xy. Křivka v diagramu nakreslená jest průmětem průsečné křivky (binodální křivky) do této roviny. Rovina stálého množství protíná rovinu xy v přímce s. Na průsečné křivce mějme bod P. Tento bod znázorňuje určitou fázi  $(x, y, z)$ . Tato fáze jest nasycena a jest schopna koexistence. S touto fází koexistuje mnoho fází, u nichž bude poměr  $x/y$  a  $z/y$  určitý a konstantní. Tyto fáze vytvoří přímku na vrchu kužele. Jedna z těchto fází bude celkové množství složek  $x_2 + y_2 + z_2 = U$ . Bude tedy ležeti právě tam, kde druhá přímka soubytnosti protne danou rovinu stálého množství. Tato fáze jest taktéž nasycena, proto musí nutně ležeti někde na křivce průsečné.

Pro tento případ nabývá právě platnost vztah odvozený v rovnici (56).

Musí tedy býti  $z_2 = k'z_1$ .

Předpokládejme, že diagram zobrazuje vztahy v některé zcela určité soustavě, pro



ž hodnotu rozdělovacího koeficientu, odvozenou ze zředěných roztoků, známe: Hodnota  $k'$  budiž příkladem rovna 2.

Pak ovšem bod fázi  $F_2$  znázorňující, nazveme velmi snadno. Je-li ve fázi  $F_1$  množství složky  $z_1$ , bude ve fázi  $F_2$  množství složky  $2z_1$ .

V diagramu jsou přímky  $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$  atd. Tyto přímky jsou průsečnicemi roviny stálého množství s rovinami rovnoběžnými s rovinou  $xy$ . Tyto přímky musí být nutně rovnoběžné s přímkou  $s$ . Roviny, rovnoběžné s rovinou  $xy$ , jejichž průsečnice s rovinou stálého množství jsou přímky  $s_1, s_2, s_3, s_4$ , atd., jsou charakterisovány konstantním množstvím složky  $Z$  u všech bodů určité přímky. Roviny byly zvoleny právě tak, aby bylo z diagramu vidět, aby konstantní množství složky  $Z$  v první se rovnalo právě  $z_1$ , v druhé  $2z_1$ , v třetí  $3z_1$ , u čtvrté  $4z_1$ , atd. Charakterisuje tedy přímka  $s_1$  všechny body roviny stálého množství, jejichž  $z = z_1$ , přímka  $s_2$  body, jejichž  $z$  se rovná  $2z_1$ , přímka  $s_3$  body, jejichž  $z$  se rovná  $3z_1$ , atd.

V případě dříve diskutovaném bylo odvozeno, že fáze  $F_2$ , soubytující s fází  $F_1$  a mající stejné celkové množství složek  $U$ , musí mít při daném rozdělovacím koeficientu množství složky  $z$  dvojnásobné nežli fáze  $F_1$ . Obsahuje-li fáze  $F_1$  množství  $z_1$ , musí fáze  $F_2$  obsahovat množství  $2z_1$ . V našem znárodnění musí tedy fáze  $F_2$  ležet na přímce, jež jest právě geometrickým místem všech bodů v rovině stálého množství, jejichž  $z$  rovná se  $2z_1$ . Poněvadž pak fáze  $F_2$  jest fází soubytující, musí ležet na plášti koule. Ale pak musí ležet hledaná soubytující fáze  $F_2$  na průsečíku průsečné křivky s přímkou  $s_2$ . Přímka  $s_2$  protíná průsečnou křivku ve dvou bodech. Oba dva body  $F_2$  a  $F_1$  by vyhovovaly dané podmínce. Volme tedy bod  $F_2$  (kdybychom volili druhý, dospěli bychom k stejným závěrům) a sledujme i další obdobná řešení. Spojnice bodů  $F_1$  a  $F_2$  určuje nám pak průsek příslušné roviny soubytnosti s rovinou stálého množství, jež jest jednou z přímek konjunkčních.

Vyjďeme dále od nasycené fáze  $F_3$ , která opět leží v rovině stálého součtu množství všech tří složek.

Tato fáze jest vytvořena množstvím složek  $x_3, y_3, z_3$ . Budiž  $z_3$  rovno právě  $2z_1$ . Přejďeme nyní k této fázi příslušnou fází soubytující o konstantním celkovém množ-

ství součástek rovném  $U$  (její složení bude  $x_4, y_4, z_4$ ). Platí-li v soustavě konstantnost rozdělovacího koeficientu, musí  $z_4 = k' z_3$ . Poněvadž jsme zvolili soustavu, v níž předpokládáme, že  $k' = 2$ , a poněvadž  $z_3$  se rovná  $2z_1$ , musí se  $z_4 = 4z_1$ . Bude tedy příslušná fáze ležet na přímce  $s_4$ , a to tam, kde tato přímka protne průsečnou křivku. Příslušná spojnice  $F_3, F_4$  bude opět určovat příslušnou rovinu soubytnosti.

Obdobně lze postupovat dále. Volíme-li v rovině stálých množství jinou fází  $F_5$  o množství složky  $z$  rovném  $3z_1$ , zjistíme obdobně koexistující fází  $F_6$  o množství složky  $z$  rovném  $6z_1$ .

Pokračujeme-li však v takovém určování soubytujících fází na př. u fáze  $F_7$ , jejíž  $z$  se rovná  $4z_1$ , dospíváme k rozporu. Příslušná soubytující fáze měla by mít obsah složky roven  $8z_1$ . Avšak žádná taková fáze, jejíž  $x_8 + y_8 + z_8 = U$  a jejíž  $z_8 = 8z_1$ , není fází nasycenou. Přímka  $s_8$  neprotíná průsečnou křivku. Počínaje určitým obsahem  $Z$ , nelze k dané soubytující fázi odvodit druhou soubytující fází, jejíž složení by vyhovovalo konstantnímu rozdělovacímu poměru. Avšak i k takovým fázím jsou fáze soubytující experimentem přesně určeny. Z toho plyne, že dělicí koeficient nemůže v dané soustavě zůstat konstantní. K témuž rozporu, k němuž jsme dospěli v dané soustavě, dospěli bychom v každé jiné soustavě, nechť by dělicí koeficient měl hodnoty jakékoliv, nechť by binodální křivka měla jakýkoliv možný tvar. Jen tenkrát, kdyby v určité soustavě měl dělicí koeficient hodnotu rovnou 1, nedospěli bychom k rozporu. Dělicí koeficient by mohl být konstantní pouze v takových soustavách, v nichž by byl roven jedné, tedy v případech naprosto výjimečných. Avšak to, co bylo odvozeno o dělicím koeficientu, definovaném rovnicí  $k' = z_1/z_2$ , bylo by lze dokázati i o dělicím poměru definovaném vztahem  $k'' = z_1/z_2^n$ . I při takovémto dělicím koeficientu dospěli bychom k stejným rozporům. I takto definovaný konstantní dělicí koeficient nemůže ze stejných důvodů vystihnouti všechny, v určité soustavě nastávající poměry. Dělicí koeficient nemůže být konstantou, nýbrž jest hodnotou měnivou. Jeho hodnota se mění

ve dvou mezích. Jednou mezí je hodnota, kterou lze získati ze složení soubytujících fází, v nichž obsah rozdělované složky jest relativně velmi malý, a druhou mezí bude jednička (jak již poznamenává Klobbie<sup>33</sup>). Neboť, čím se soubytující fáze budou svým složením blížit kritickému poměru, tím jejich složení bude bližší (v kritickém bodě by spolu splynuly), tím více se bude hodnota  $z_1$  blížit hodnotě  $z_2$  a jejich poměr bude konvergovati k jedné. Tato konvergence dělicího koeficientu od hodnoty plynoucí z roztoků, pokud se týče složky z „zředěných“, k hodnotě jedničky nemusí se ovšem díti přímo, nýbrž jest i možný přechod přes určité hodnoty minimální nebo maximální, jejich existence bude záviseti ovšem na tvaru fázového kužele a na poloze rovin soubytnosti. Jest jasno, že dělicí koeficient, tak neb onak definovaný, může býti v určitých soustavách přibližně konstantní až do určitého hraničního přídatku rozdělované látky. Po překročení určité hranice se musí vždy projevit konvergence k jedničce. Hranice, od kdy se konvergence ztelně projeví, bude od soustavy k soustavě jiná. Bude arci relativně vyšší v oněch soustavách, v nichž rozdělovací koeficient i při relativně malých množstvích rozdělované látky jest blízký jedničce. Na druhé straně, v takových soustavách, v nichž rozdělovací koeficient ve „zředěných“ roztocích jest velmi odlišný od jedničky, projeví se konvergence zřetelněji. V principu však jest změna dělicího koeficientu ve všech soustavách stejné podstaty, jsouc způsobena existencí kritického ternárního poměru. Nejeví se tedy soustavy, v nichž se dělicí koeficient již při relativně malých množstvích rozdělované látky mění, nikterak odlišnými od soustav, v nichž zřetelná změna dělicího koeficientu nastává teprve při relativně vyšších přídatcích rozdělované látky. Oba dva případy se liší od sebe jen zdánlivě. Ve skutečnosti jsou však stejným projevem stejné zákonitosti ve složení dvou soubytujících fází.

**Konstantnost nebo změna dělicího koeficientu v určitých soustavách nemůže býti spolehlivým kriteriem pro rozřídování dělicích jevů v určité skupiny.**

Fázovým kuželem a rovinami soubytnosti nebudou však řízeny pouze rovnovážné stavy v soustavách ternárních a jednom páru složek omezeně misitelných, nýbrž i rovnovážné stavy v soustavách o dvou rovinách o třech párech omezeně misitelných složek. Není důvodů, proč by vývody o rozdělovacím koeficientu neměly míti platnosti i v soustavách, v nichž rozdělovaná látka za dané teploty není kapalinou.

Studium fázového kužele se dotýká mnoha technologických problémů. Z nichž mátkou lze uvést na příklad: soubytnost slitin, pochody barvířské a pochody vyčiňovací a bobtnací v technologii koželužské. Konstantnost nebo změna dělicího koeficientu bývá důvodem pro zařazení určitých pochodů do určitých skupin (poměr původní barvířské teorie Wittovy k teorii Georgievicsově<sup>35</sup>). Pro mnohé rozdělovací pochody bývá konstantnost nebo změna dělicího koeficientu důvodem pro vytvoření zvláštní kategorií rozdělovacích zjevů (Georgievics<sup>35</sup>), „sorpcce“. Mnohdy jest změna dělicího koeficientu důvodem pro předpoklad vzniku nových sloučenin (chemická teorie barvířství vlny).

Stává se otevřenou otázkou, zda všechny vývody, připjaté k měnivosti dělicího koeficientu, jsou správné a zda rozřídování zjevů na základě téhož argumentu se děje pravdivě, či zda mnohé z těchto pochodů, dnešně odlišně pojímaných, netvoří vlastně pouze různé variety všeobecného divisního problému, který však není ničím jiným, než problémem složení dvou soubytujících fází!

#### Literatura.

- <sup>1</sup>) Berthelot a Jungfleisch, Ann. Chem. Phys. (4), 26, 396, 1872.
- <sup>2</sup>) Český výraz soubytnost navržen byl prvořaditě Votočkem prof. Waldovi (Wald, Chemie fází, str. 7).
- <sup>3</sup>) H. W. Backhuis Roozeboom: Die heterogenen Gleichgewichte vom Standpunkte der Phasenlehre, zvláště pak III. sešit, 2. díl této knihy, jehož autorem jest F. A. H. Schreinemakers, Braunschweig, 1913. Práce, jež vykonal Schreinemakers.

- makers a jeho žáci, jsou obsaženy v Zeitschr. f. phys. Chem.
- 1) Alex. Findlay, The phase rule and its applications, 1920.
- 2) A. C. D. Rivett, The phase rule and the study of heterogeneous equilibria. Oxford 1923, 129.
- 3) C. Tuchschnidta O. Follenius, BB. 4, 1871.
- 4) W. Bancroft, Phys. Rev. 3, 130, 1895.
- 5) Journ. Phys. Chem. 1, 34, 1895.
- 6) Ch. B. Curtis, Journ. Phys. Chem. 2, 371, 1898.
- 7) H. Pfeiffer, Zeitschr. phys. Chem., 9, 470.
- 8) N. Šilova L. Lepinova, Zeitschr. phys. Chem. 101, 360.
- 9) J. Friedländer, Zeitschr. phys. Chem., 385, 1901.
- 10) W. Ostwald, Lehrbuch d. allg. Chem., 2, 684, 2. vyd.
- 11) T. G. Donnan, Chem. News, 90, 139, 1904.
- 12) Guthrie, Phil. Mag. (V.), 18, 495, 1884.
- 13) Rothmund, Zeitschr. phys. Chem., 26, 446, 1898.
- 14) Füchtbauer, Zeitschr. phys. Chem., 48, 1904.
- 15) W. Herz, BB., 31, 2671.
- 16) J. Baborovský, Theor. a fys. chemie, vyd., str. 404.
- 17) Obdoba přímky stálé váhy (F. Wald, Chem. časí 1918, str. 10).
- 18) Fontein, Zeitschr. phys. Chem, 73, 212.

- 21) Wright, Proc. R. Soc., 49, 174, 1891, 50, 375, 1892.
- 22) Azariah Lincoln, Journ. Phys. Chem., 4, 161, 1900.
- 23) Cailletet a Mathias, Journ. de phys. II., 5, 560, 1886, C. r. 120, 1202, 1886; E. Mathias. Le point critique des corps purs, Paris 1904.
- 24) Rothmund, Zeitschr. phys. Chem. 26, 473, 1898.
- 25) van Laar, Zeitschr. f. anorg. Chem., 104, 57, 1918.
- 26) A. Kříž: F. Wald's Theory of phases and of chemical stoichiometry. Collection III., 1./2., 10, 1931. 26. 19. 33  
88 13
- 27) W. Nernst, Zeitschr. phys. Chem., 8, 110.
- 28) Van't Hoff, Zeitschr. phys. Chem., 5, 322.
- 29) Riecke, Zeitschr. phys. Chem. 7, 97.
- 30) A. Jakovkin, Zeitschr. phys. Chem. 18, 585, 1895.
- 31) W. Herz, Verteilungssatz, Stuttgart, 1909.
- 32) R. M. Woodman, Chem. News, 140, 1.
- 33) Klobbie, Zeitschr. phys. Chem., 24, 631.
- 34) O. Witt, Lehne's Färberzeitung, 1890/91, I.
- 35) Georgievics, Zeitschr. phys. Ch. 83, 269, 1913; 84, 853; 87, 669; 90, 47; 90, 340; 91, 441, 1916; Monatsh. f. Ch. 1894, 705; 1895, 245; 32, 1075, 1911; 33, 45, 1912; 34, 733, 1912; 34, 751, 1913; 35, 643; 36, 391; Kol. Zeitschr. 10, 31, 1912; 14, 69, 1914; 28, 253, 1921; Chem. Z. 38, 445.
- 36) Výraz „přímka konjunkční“ byl nám navržen p. prof. Dr. Baborovským, G. Tammann (Lehrbuch d. heterogenen Gleichgewichte, Braunschweig 1924) používá výrazu „Konoda“.